

- Sjå på eit utval av ofte brukte diskret sannsynsfordelingar
 - Binomisk
 - Multinomisk
 - Hypergeometrisk
 - Geometrisk
 - Negativ binomisk
 - Poisson
- Prosserar desse beskriv
 - Bernoulli prosess
 - Poisson prosess
- Nokre eigenskapar
 - $E(X)$ og $Var(X)$

Diskret stokastisk variabel

Eit stokastisk variabel som gjev eit endeleg eller tellbart antall utfall.

Diskret

Paret $(x, f(x))$ blir kalla sannsynsfordelinga til den diskret stok. var. X dersom

- $0 \leq f(x)$
- $\sum_{\forall x} f(x) = 1$ (summen over alle moglege x)
- $f(x) = P(X = x)$

EKSEMPEL Terningkast

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

Definisjon 3.5

Den *kummulative fordelingsfunksjonen* $F(x)$ for ein stok. var. X er:

$$F(x) = P(X \leq x)$$

- *Diskret:* $F(x) = \sum_{t \leq x} f(t)$
- *Kontinuerleg* $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$

Definisjon 4.1

La X vere ein stok.var. med sannsynsfordeling $f(x)$.
Forventningsverdien til X er då

$$\mu = E(X) = \sum_{\forall x} xf(x)$$

dersom X er diskret.

Definisjon 4.3

La X vere ein stok. var. med forventning μ . Variansen til X er då:
For diskret X :

$$\text{Var}(X) = E((X - \mu)^2) = \sum_{\forall x} (x - \mu)^2 f(x)$$

Teorem 4.2

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

Definisjon, diskret uniform fordeling

Dersom den stokastiske variabelen X tar verdiane $x_1, x_2, \dots, x_k$ med likt sannsyn, er X diskret uniformt fordelt, og har sannsynsfordeling

$$f(x; k) = \frac{1}{k}$$

Diskret uniform fordeling (ikkje pensum)

Definisjon, diskret uniform fordeling

Dersom den stokastiske variabelen X tar verdiane $x_1, x_2, \dots, x_k$ med likt sannsyn, er X diskret uniformt fordelt, og har sannsynsfordeling

$$f(x; k) = \frac{1}{k}$$

Forventning og varians

Forventning og varians til ein diskret uniformt fordelt stokastisk variabel med sannsynsfordeling $f(x; k)$ er:

$$\mu = E(X) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_k$$

$$\sigma^2 = \text{Var}(X) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (x_i - \mu)^2$$

Diskret uniform fordeling (ikkje pensum)

Definisjon, diskret uniform fordeling

Dersom den stokastiske variabelen X tar verdiane $x_1, x_2, \dots, x_k$ med likt sannsyn, er X diskret uniformt fordelt, og har sannsynsfordeling

$$f(x; k) = \frac{1}{k}$$

Uniform sannsynsmodell $\Rightarrow$ diskret uniform sannsynsfordeling.

Bernoulli prosess

- 1 n uavhengige forsøk
- 2 Kvart forsøk resulterer i suksess, $I_i = 1$ eller ikkje-suksess $I_i = 0$.
- 3 Suksess-sannsynet $p = P(I_i = 1)$ er konstant.

Binomisk fordeling

Ser på antall suksess i ein Bernoulli prosess, $X = \sum_{i=1}^n I_i$. X er då binomisk fordelt;

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$$

Binominal-koeffisienten (teo 2.6)

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

Antall moglege kombinasjonar dersom ein trekker x individ frå ein popuasjon på n , *utan tilbakelegging*, og når ein ikkje bryr seg om ordninga (rekkefølgje dei er trekt i), dvs *uordna*.

Multinomisk prosess og multinomisk fordeling

Multinomisk prosess

- 1 n uavhengige forsøk
- 2 Kvant forsøk resulterer i ein av R kategoriar
- 3 Suksess-sannsynet $p_i = P(\text{forsøk i gjev kategori } r)$ er konstant.

Multinomisk fordeling

Ser på talet på utfall i kategori r i ein Multinomisk prosess. X er då multinomisk fordelt;

$$f(x_1, x_2, \dots, x_R; n, p_1, p_2, \dots, p_R) = \binom{n}{x_1, x_2, \dots, x_R} p_1^{x_1} p_2^{x_2} \dots p_R^{x_R}$$

Binominal-koeffisienten (teo. 2.6)

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

Antall moglege kombinasjonar dersom ein trekker x individ frå ein popuasjon på n , *utan tilbakelegging*, og når ein ikkje bryr seg om ordninga (rekkefølgje dei er trekt i), dvs *uordna*.

Multinomial koeffisient (teo 2.5)

Tilsvarende for r ulike grupper ('av suksess').

$$\binom{n!}{n_1, n_2, \dots, n_r} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_r!}$$

der $n_1 + n_2 + \dots + n_r = n$.

Hypergeometrisk fordeling

- Urne med N kuler.
- k blåe kuler (suksess)
- $N - k$ raude kuler (ikkje-suksess)
- Trekker n kuler
- X er antall av dei trekte som er blåe (suksess).

Definisjon hyper-geometrisk

$$f(x; N, n, k) = h(x; N, n, k) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

Spørjeundersøking i studieprogram

Studieprogram har $N = 50$ studentar.
For eller i mot obligatorisk øving?
Nok å spørje 10?

Spørjeundersøking i studieprogram

Studieprogram har $N = 50$ studentar.

For eller i mot obligatorisk øving?

Nok å spørje 10?

Kva om $k = 20$ er for og $N - k = 30$ er i mot?

La X vere antal av dei 10 som er for. (I Matlab, $M=50$, $K=20$, $N=10$)

Kva er $P(X \geq 5) = ?$

Teorem 5.3

Dersom X er hyper-geometrisk fordelt: $h(x; N, n, k)$, så er forventningsverdien

$$E(X) = \mu = \frac{nk}{N}$$

og variansen

$$\text{Var}(X) = \sigma^2 = \frac{N-n}{N-1} \cdot n \cdot \frac{k}{N} \cdot \left(1 - \frac{k}{N}\right)$$