Viktige omgrep

- Forventningsverdi
- Varians / standard avvik
- Kovarians / korrelasjon

Viktige reknereglar

Forventning til lineærkombinasjon:

Varians til lineærkombinasjon:

Definisjon 4.1

La X vere ein stok.var. med sannsynsfordeling $f(x)$. Forventningsverdien til X er då

$$\mu = E(X) = \sum_{\forall x} x f(x)$$

dersom X er diskret, og

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

dersom X er kontinuerleg.

Forventningsverdi av funksjon av stokastisk variabel

Teorem 4.1

For ein funksjon g(X);

$$\mu_{g(X)} = E(g(X)) = \sum_x g(x)f(x)$$

for diskret X, og

$$\mu_{g(X)} = E(g(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx$$

for kontinuerleg X.

Har: $Y = g(X)$
Ønsker: $E(Y)$
Generelt:

$$E(Y) \neq g(E(X))$$

...only the hard way...

Må bruke definisjonen på forventning for funksjon av stok.var. Kan evt. approksimere vha Taylorrekker (jf Ex 4.24 og 4.25). Eller **simulere**.

Leigebil i ferien

Er interessert i kostnaden på leigebil i ferien.
Pris:

- Fast pris: $a = 500$ €
- Km pris: $b = 0.2$ €/ km

Sannsynsfordeling $f(x)$ på lengda X som skal kjørast.

- $E(X) = 2000km$
- $Var(X) = (500km)^2$

Kostnad

$$Y = a + bX$$

Forventning av lineær funksjon

Teorem 4.5

Dersom a og b er konstantar og X ein stok. var., så er

$$E(a + bX) = a + bE(X)$$

Eksempel, berehjelp for mormor 1

Eg er med mormor på butikken som berehjep. Hor mykje må eg bere?

Ho kjøper:

- alltid 2 liter melk ($a = 2kg$)
- X pakkar mjøl, kvar på $b = 2kg$
- Y pakkar sukker, kvar på $c = 1kg$

Veit at:

- $E(X) = \mu_X = 1.5$ og $Var(X) = \sigma_X^2$
- $E(Y) = \mu_Y = 2$ og $Var(Y) = \sigma_Y^2$

Totalt å bere:

$$Z = a + bX + cY$$

Forventningsverdi, to stok.var.

Definisjon 4.2

La X og Y vere to stokastiske variable med simultanfordeling $f(x,y)$, og $g(x,y)$ ein funksjon. Då er
dersom diskre

$$\mu_{g(X,Y)} = E[g(X,Y)] = \sum_x \sum_y g(x,y) f(x,y)$$

dersom kontinuerleg

$$\mu_{g(X,Y)} = E[g(X,Y)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x,y) f(x,y) dxdy$$

Teorem 4.7

La X og Y vere to stokastiske variable, og $g(x, y)$ og $h(x, y)$ to funksjonar. Då er

$$E[g(X, Y) + h(X, Y)] = E[g(X, Y)] + E[h(X, Y)]$$

Korrolar 4.3

$E[g(X) + h(Y)] = E[g(X)] + E[h(Y)]$

Forventning av lineærkombinasjon

Teorem 4.5 Forventning av lineærkombinasjon

La X og Y vere to stokastiske variable, og a, b og c konstantar. Då er

$$E(aX + bY + c)] = aE(X) + bE(Y) + c$$

Bevis: korrolar 4.3 + teorem 4.5

Viktige omgrep

- Forventningsverdi: Diskret: $\mu = E(X) = \sum_{\forall x} xf(x)$
  Kont: $\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$
- Varians / standard avvik
- Kovarians / korrelasjon

Viktige rekneregler

Forventning til lineærkombinasjon:

$$E(a_0 + a_1X_1 + \dots a_nX_n) = a_0 + a_1E(X_1) + \cdots + a_nE(X_n)$$

Varians til lineærkombinasjon: