Kapittel 2, Sannsyn

Definisjonar og teorem på lysark, eksempel og tolking på tavla.

Tolking av sannsyn

Sannsyn = relativ frekvens

Eksempel: Kastar terning N gongar
$P(\{1, 2\})$ = (antall kast lik 1 eller 2) / N
når $N \to \infty$
jf. Matlab skript `f11Kode.m`.

Eksempel 10 venner

Venn	Hår	Auger
1	Lys	Blå
2	Lys	Blå
3	Mørk	Blå
4	Lys	Blå
5	Mørk	Grøn
6	Mørk	Brun
7	Lys	Brun
8	Lys	Blå
9	Lys	Blå
10	Mørk	Brun

Hår: Lyst: $6/10$, mørkt: $4/10$

Auger: Blå: $6/10$, brun: $3/10$, grøn: $1/10$

Uniform sannsynsmodell

Definisjon

Dersom $S = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ og $P(e_1) = P(e_2) = \cdots = P(e_n) = w$ har vi ein *uniform sannsynsmodell*.

Eksempel: Terning og tilfeldig venn.

Teorem (Rule 2.3)

Anta uniform sannsynsmodell med m hendingar. La $A = \{e_{i1}, e_{i2}, \dots, e_{ig}\}$ (hending med g enkelt utfall). Då er $P(A) = \frac{\text{antall utfall i A}}{antallutfalliS} = \frac{\text{gunstige}}{\text{moglege}} = \frac{g}{m}$

Eksempel (ein) terning:

- $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, dvs $m = 6$
- $A = \{2, 4, 6\}$, dvs $g = 3$
- $P(A) = \frac{g}{m} = 3/6 = 1/2$

Addisjonssetninga (teorem 2.7)

La A og B vere hendingar:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - (A \cap B)$$

Komplimentærsetninga (teorem 2.9)

$$P(A) = 1 - P(A')$$

Definisjon betinga sannsyn (def. 2.10)

Det betinga sannsynet for hendinga B gitt hendinga A er

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

for $P(A) > 0$

Betinga sannsyn og uavhengighet

Definisjon betinga sannsyn (def. 2.10)

Det betinga sannsynet for hendinga B gitt hendinga A er

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

for $P(A) > 0$

Definisjon uavhenighet (def. 2.11)

Hendingane A og B er *uavhengige* dersom

$$P(B|A) = P(B)$$

elles er handingane A og B *avhengige*

Multiplikasjonsreglar

Teorem 2.10

For hendingane A og B er $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

Multiplikasjonsreglar

Teorem 2.10

For hendingane A og B er $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

Teorem 2.11

Dersom A og B er uavhengige er $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

Multiplikasjonsreglar

Teorem 2.10

For hendingane A og B er $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

Teorem 2.11

Dersom A og B er uavhengige er $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

Multiplikasjonssetninga (teorem 2.12)

Dersom hendingane $A_1, A_2, \ldots A_k$ kan opptre, så er

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_k) =$$

$$P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) \cdot \cdots \cdot P(A_k|A_1 \cap \ldots A_{k-1})$$

og **dersom** hendingane $A_1, A_2, \ldots A_k$ er **uavhengige** er

$$P(A_1 \cup A_2 \cap \cdots \cap A_k) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \cdot \cdots \cdot P(A_k)$$

Kap. 2.7 Lov on total sanns. og Bayes' regel

Kap. 2.7 Lov on total sanns. og Bayes' regel

$B_1, B_2, \ldots, B_k$ er ein **partisjon** av S dersom

- $S = B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_k$
- $B_i \cap B_j = \emptyset$

$B_1, B_2, \ldots, B_k$ er ein **partisjon** av S dersom

- $S = B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_k$
- $B_i \cap B_j = \emptyset$

Lov om total sannsyn, Teoren 2.13

La $B_1, B_2, \ldots, B_k$ vere ein partisjon av S, då er for eikvar hending A

$$P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(A \cup B_i) = \sum_{i=1}^{k} P(A|B_i)P(B_i)$$

$B_1, B_2, \ldots, B_k$ er ein **partisjon** av S dersom

- $S = B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_k$
- $B_i \cap B_j = \emptyset$

Lov om total sannsyn, Teoren 2.13

La $B_1, B_2, \ldots, B_k$ vere ein partisjon av S, då er for eikvar hending A

$$P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(A \cup B_i) = \sum_{i=1}^{k} P(A|B_i)P(B_i)$$

Bayes' regel, teo 2.14

La $B_1, B_2, \ldots, B_k$ vere ein partisjon av S der $P(B_i) > 0$. Då har vi;

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i \cap A)}{\sum_{j=1}^{k} P(B_j \cap A)} = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{\sum_{j=1}^{k} P(A|B_j)P(B_j)} = \frac{P(B_i \cap A)}{P(A)}$$