Plan for dagen

- Hypotesetest forventning (når gjennomsnitt normalfordelt pga SGT eller fordi data frå normalfordeling)
  - Eit utval, kjent varians (Kap. 10.4)
  - Eit utval, ukjent varians (Kap. 10.4)
  - To utval, kjent varians (Kap. 10.5)
  - To utval, lik ukjent varians (Kap. 10.5)
  - To utval ukjent varians (Kap. 10.5)
  - Para utval (Kap. 10.5)
- Andelar
  - Ein andel (Kap. 10.8)
  - To andelar (Kap. 10.9)
    - KI vs hypotesetest (pengespelet, to andelar, SGT, Kap. 10.4)
- Varians (Kap. 10.10)

Hypotesetesting

Metode p-verdi

1. Antar H_0 er sann.
2. Finn *p-verdi*: P(vårt estimat eller meir ekstremt | H_0 er sann)
3. Forkastar H_0 dersom liten p-verdi ($< \alpha$).

Metode forkastninsområde

1. Antar H_0 er sann.
2. Finn testobservator og område for 'testobservasjon' (evt. estimat) som fører til forkastning.
3. Forkastar H_0 dersom 'testobservasjon'/estimat i forkastningsområdet.

Viktige observatorar

Dersom $X_i \overset{u.i.f.}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$, kjent σ^2 eller pga SGT

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

Dersom $X_i \overset{u.i.f.}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$ og $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim T_{n-1}$$

Student-t fordelt med $\nu = n - 1$ fridomsgrader.

Dersom $X_i \overset{u.i.f.}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$ og $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$

$$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$$

Kji-kvadrat fordelt med $\nu = n - 1$ fridomsgrader.

Eksempel Høgde, NTNU kvinner og Ingelin

Påstand som skal testast: Ingelin er høgare enn gj.snittlege NTNU kvinne.

μ: gj.snitt for NTNU kvinner.

Hypoteser

- H_0: $\mu = \mu_0 = 172$
- H_1: $\mu < \mu_0$

Moglege beslutningar

- Forkastar H_0, og aksepterer H_1.
  Påstand 'bevist' ved data.
- Forkaster ikkje H_0.
  Data underbygger ikkje påstand.

Hypoteser

- H_0: $\mu = \mu_0 = 172$
- H_1: $\mu < \mu_0$

DATA

- CASE 1
  - $n = 68$
  - $\bar{x} = 169.1$, kjent varians $\sigma^2 = 6.0^2$
- CASE 2
  - n=5
  - $\bar{x} = 169.1$, kjent varians $\sigma^2 = 6.0^2$

OBSERVATOR OG FORKASTNINGSOMRÅDE

- $\hat{\mu} = \bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$ $Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$, under H_0 (når H_0 er sann) $Z = \frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$ forkastar H_0 når $z_{obs} < z_\alpha$
- CASE 1: $z_{obs} = -4.00$, $z_{0.05} = 1.645$ (tabell) $\Rightarrow$ **Forkastar** H_0
- CASE 2: $z_{obs} = -1.08$, $z_{0.05} = 1.645$ $\Rightarrow$ **Forkastar ikkje** H_0

Eksempel høgde, ukjent varians, case 2

Hypoteser

- H_0: $\mu = \mu_0 = 172$
- H_1: $\mu < \mu_0$

DATA

- CASE 2
  - n=5
  - $\bar{x} = 169.1$, estimert varians $s^2 = 6.0^2$

ANTAR

- $X_i \overset{u.i.f.}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$ for $i = 1, 2, \ldots, n$

OBSERVATOR OG FORKASTNINGSOMRÅDE

- $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/sqrtn} \sim t_{n-1}$, forkastar H_0 når $t_{obs} < -t_{\alpha,n-1}$
- CASE 2: $t_{obs} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = -1.08$ og $t_{0.05,4} = 2.132$. $\Rightarrow$ **Forkastar ikkje** H_0

Fiskekvalitet

- μ_1: Gj.snitt kvalitet på fisk, tradisjonell lagring.
- μ_2: Gj.snitt kvalitet på fisk, ny lagring.

Ny metode betre kvalitet?

Hypoteser

- H_0: $\mu_1 = \mu_2$
- H_1: $\mu_2 > \mu_1$

Moglege beslutningar

- Forkastar H_0, og aksepterer H_1.
  Det er ulik kvalitet. Innfører ny lagringsmetode.
- Forkaster ikkje H_0.
  Kan ikkje bevise at $\mu_2 > \mu_1$. Fortsett med eksisterande lagring.

Fiskehypotese, kjent varians (to utval, kjent varians)

Metode 1: $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, n_1 data
Metode 2: $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, n_2 data

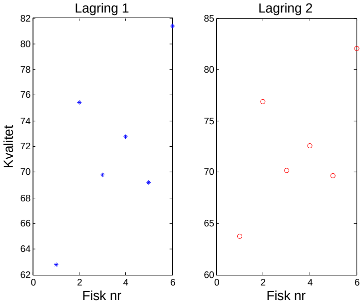
Hypoteser

- H_0: $\mu_1 - \mu_2 = 0$
- H_1: $\mu_1 - \mu_2 < 0$

Forkastningsområde

- Testobservator (jf Kap 9):
$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} \sim N(0,1)$$
- Under H_0: $Z = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} \sim N(0,1)$
$$P(Z < -z_\alpha) = \alpha$$
- Forkaster H_0 dersom $z_{obs} = \dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} < -z_\alpha$

Lagring av fisk



Fiskehypotese, ukjent felles varians ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$)

Metode 1: $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $n_1 = 6$ data, $\bar{x}_1 = 71.89$, $s_1^2 = 6.28^2$
Metode 2: $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, $n_2 = 6$ data, $\bar{x}_1 = 72.50$, $s_2^2 = 6.54^2$

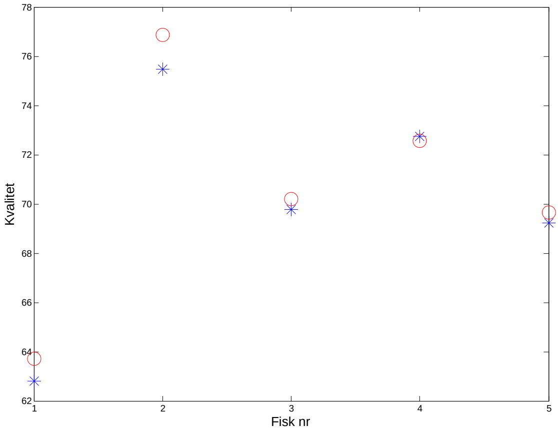
Hypoteser

- H_0: $\mu_1 - \mu_2 = 0$, H_1: $\mu_1 - \mu_2 < 0$

Forkastningsområde

- Testobservator (jf Kap 9):
$$T = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} \sim T_{n_1+n_2-2}$$
- Under H_0: $T = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_p\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} \sim T_{n_1+n_2-2}$
$P(T < -t_{\alpha,n-1}) = \alpha$
- Forkaster H_0 dersom $t_{obs} = \dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_p\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} < -t_\alpha$
- $t_{obs} = -0.055$, $t_{0.05,10} = 1.81$ (tabell) $\Rightarrow$ **Forkastar ikkje H_0**

Lagring av fisk, differansar



Fiskehypotese, differansar ($D_i = X_{i1} - X_{i2}$)

Data: $\bar{d} = -0.61,\ i = 1, \ldots n = 6,\ s_d^2 = 0.53^2$

Hypoteser

- H_0: $\mu_1 - \mu_2 = 0$, H_1: $\mu_1 - \mu_2 < 0$

Forkastningsområde

- Testobservator (jf Kap 9): $T = \dfrac{\bar{D} - d_0}{S_d/\sqrt{n}} \sim T_{n-1}$
- Under H_0: $T = \dfrac{\bar{D}}{S_d\sqrt{n}} \sim T_{n-1}$
  $P(T < -t_{\alpha,n-1}) = \alpha$
- Forkaster H_0 dersom $t_{obs} = \dfrac{\bar{d}}{s_d\sqrt{n}} < -t_\alpha$
- $t_{obs} = -2.87,\ t_{0.05,5} = 2.015$ (tabell) $\Rightarrow$ **Forkastar** H_0

Eksamen juni 07, pengespelet

- Spm.lagar A: Tilfeldig deltakar klarar < 5 med sanns. q_1.
- Spm.lagar B: Tilfeldig deltakar klarar < 5 med sanns. q_2.
- Z_1 av $n_1 = 64$ klarer ferre enn 5.
- Z_2 av $n_2 = 64$ klarer ferre enn 5.

Utled tilnærma 95% KI for $d = q_1 - q_2$ basert på normaltilnærming til binomisk.

- $Z_1 \sim bin(n_1, q_1)$, stor n_A, $Z_1 \overset{approx}{\sim} N(n_1 q_1, n_1 q_1(1-q_1))$
- $Z_2 \sim bin(n_2, q_2)$, stor n_B, $Z_2 \overset{approx}{\sim} N(n_2 q_2, n_2 q_2(1-q_2))$
- $\hat{q}_1 = Z_1/n_1 \overset{approx}{\sim} N(q_1, q_1(1-q_1)/n_1)$
- $\hat{q}_2 = Z_2/n_2 \overset{approx}{\sim} N(q_2, q_2(1-q_2)/n_2)$
- $\hat{d} = \hat{q}_1 - \hat{q}_2 \overset{approx}{\sim} N(q_1 - q_2, q_1(1-q_1)/n_1 + q_2(1-q_2)/n_2))$
- $Z = \dfrac{\hat{d} - d}{\sqrt{q_1(1-q_1)/n_1 + q_2(1-q_2)/n_2}}$

Resultat pengespelet

Ser på $d = \mu_1 - \mu_2$

Konfidensinterval for d

$(1 - \alpha) = 0.95$ konfidensinterval:

$$[0.08, 0.41]$$

Hypotesetest

$H_0 : d = 0$
$H_1 : d \neq 0$
Med signifikansnivå $\alpha = 0.05$
Forkastar H_0.

Lært i dag

Konfidensintervall vs hypotesetesting

Eit $(1-\alpha)$ KI for μ $[a, b]$
Hypotesetest $H_0 : \mu = \mu_0$ få α nivå.
Forkastar H_0 dersom μ_0 ikkje er i KI.

Ser på normalfordelte gjennomsnitt (pga SGT eller fordi data frå normalfordeling)

- Eit utval, kjent varians. Observator: Z
- Eit utval, ukjent varians, norm.ford. data. Observator: T
- To utval, kjent varians, norm.ford. data. Observator: Z
- To utval, lik ukjent varians Observator, norm.ford. data.: T med S_{pooled}
- To utval ukjent varians, norm.ford. data. Observator: T
- Para utval, norm.ford. data. Observator: T