TMA4245 Statistikk, våren 2016

Kven :

- Parallell 1: BFY, MLHIST, MTMART, MTPROD
- Ingelin Steinsland (forelesar)
- Øvingslærarar og stud.ass.ar

Kvifor : Nyttig, relevant og kjekt

Korleis :

- Forelesningar
- Øvingar (MapleTA, anbefalte og innleveringar)
- Statistikk lab
- Elektroniske ressursar
- Lærebok

Kva :

- Deskriptiv statistikk
- Sannsynsteori (probability theory)
- Statistikk (statistics)

Heimeside:
`https://wiki.math.ntnu.no/tma4245/2016v/start`

2.1 Utfallsrom I går, rep. i dag

2.2 Hendingar I går, rep. i dag

2.3 Telle mogeleg utfall: På mandag

2.4 Sannsyn for ei hending: I dag

2.5 Addetive reglar: I dag

2.6 Betinga sannsyn, uavhengighet og produktregelen I dag?

2.7 Bayes' regel På mandag

Definisjonar og teorem på lysark, eksempel og tolking på tavla.

Definisjonar (Def. 2.1)

Stokastisk forsøk: Eit eksperiment der resultatet er underlagt tilfeldigheter

Utfallsrom S: Mengda av mogelege resultat i eit stokastisk forsøk

(Enkelt)utfall e: Eit element i utfallsrommet S.

Kap 2.2 Hendingar

Hending (Def. 2.2)

Ei **hending** er ei delmengde av S, dvs dersom $E \subseteq S$ er E ei hending

Hending (Def. 2.2)

Ei **hending** er ei delmengde av S, dvs dersom $E \subseteq S$ er E ei hending

Kompliment (Def. 2.3)

Komplimentet til ei hending A er alle utfall i S som ikkje er med i A, skriv A'

Kap 2.2 Hendingar forts.

Snitt (Def. 2.4)

Snittet av to hendingar A og B er hendinga av alle utfalls som er i både A og B.

$$A \cap B = \{e \in S | e \in A \text{ og } e \in B\}$$

Union (Def. 2.6)

Unionen av to hendingar A og B, $A \cup B$, er hendinga som inneheld alle utfalll som er i A, eller B eller både A og B.

$$A \cup B = \{e \in S | e \in A \text{ og/eller } e \in B\}$$

Disjunkt (Def. 2.5)

To hendingar A og B er disjunkte dersom dei ikkje har nokre felles utfall, dvs $A \cap B = \emptyset$

Definisjon 2.9

Eit *sannsynsmål* P på eit utfallsrom S er ein reell funksjon definert på hendingane i S slik at;

1. $0 \leq P(A) \leq 1$ for alle $A \subset S$
2. $P(S) = 1$ og $P(\emptyset) = 0$
3. Dersom $A_1, A_2, \ldots, A_n$ er parvis disjunkte (dvs $A_i \cap A_j = \varnothing$ for alle i og j), så er

$$P(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$$

Uniform sannsynsmodell

Definisjon

Dersom $S = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ og $P(e_1) = P(e_2) = \cdots = P(e_n) = w$ har vi ein *uniform sannsynsmodell*.

Eksempel: Terning og tilfeldig venn.

Sannsyn i uniform sannsynsmodell

Teorem (Rule 2.3)

Anta uniform sannsynsmodell med m hendingar. La $A = \{e_{i1}, e_{i2}, \ldots, e_{ig}\}$ (hending med g enkelt utfall). Då er $P(A) = \frac{\text{antall utfall i A}}{antallutfalliS} = \frac{\text{gunstige}}{\text{moglege}} = \frac{g}{m}$

Eksempel terning:

- $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, dvs $m = 6$
- $A = \{2, 4, 6\}$, dvs $g = 3$
- $P(A) = \frac{g}{m} = 3/6 = 1/2$

Uniform sannsynsmodell?

Terning: Triller terning og registrerer talet på auger.

Mynt/krone: Kastar mynt inntil ein får krone. Registrerer antall kast.

Kule i sirkel: Kastar kule inni sirkel. Registerer posisjon.

Kvifor/kvifor ikkje?

Uniform sannsynsmodell?

Terning: Triller terning og registrerer talet på auger.
Ja

Mynt/krone: Kastar mynt inntil ein får krone. Registrerer antall kast.

Kule i sirkel: Kastar kule inni sirkel. Registerer posisjon.

Kvifor/kvifor ikkje?

Uniform sannsynsmodell?

Terning: Triller terning og registrerer talet på auger.
Ja

Mynt/krone: Kastar mynt inntil ein får krone. Registrerer antall kast.
Nei; S er uendeleg (tellbart) og $P(1) \neq P(2) \neq P(3)$

Kule i sirkel: Kastar kule inni sirkel. Registerer posisjon.
Nei; S er uendeleg (ikkje-tellbart)

Kvifor/kvifor ikkje?

Eksempel 10 venner

Venn	Hår	Auger
1	Lys	Blå
2	Lys	Blå
3	Mørk	Blå
4	Lys	Blå
5	Mørk	Grøn
6	Mørk	Brun
7	Lys	Brun
8	Lys	Blå
9	Lys	Blå
10	Mørk	Brun

Hår: Lyst: $6/10$, mørkt: $4/10$

Auger: Blå: $6/10$, brun: $3/10$, grøn: $1/10$

Addisjonssetninga (teorem 2.7)

La A og B vere hendingar:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - (A \cap B)$$

Komplimentærsetninga (teorem 2.9)

$$P(A) = 1 - P(A')$$

Definisjon betinga sannsyn (def. 2.10)

Det betinga sannsynet for hendinga B gitt hendinga A er

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

for $P(A) > 0$

Definisjon betinga sannsyn (def. 2.10)

Det betinga sannsynet for hendinga B gitt hendinga A er

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

for $P(A) > 0$

Definisjon uavhenighet (def. 2.11)

Hendingane A og B er *uavhengige* dersom

$$P(B|A) = P(B)$$

elles er handingane A og B *avhengige*

Multiplikasjonsreglar

Teorem 2.10

For hendingane A og B er $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

Multiplikasjonsreglar

Teorem 2.10

For hendingane A og B er $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

Teorem 2.11

Dersom A og B er uavhengige er $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

Multiplikasjonsreglar

Teorem 2.10

For hendingane A og B er $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

Teorem 2.11

Dersom A og B er uavhengige er $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

Multiplikasjonssetninga (teorem 2.12)

Dersom hendingane $A_1, A_2, \ldots A_k$ kan opptre, så er

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_k) =$$

$$P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) \cdot \cdots \cdot P(A_k|A_1 \cap \ldots A_{k-1})$$

og **dersom** hendingane $A_1, A_2, \ldots A_k$ er **uavhengige** er

$$P(A_1 \cup A_2 \cap \cdots \cap A_k) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \cdot \cdots \cdot P(A_k)$$

$B_1, B_2, \ldots, B_k$ er ein **partisjon** av S dersom

- $S = B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_k$
- $B_i \cap B_j = \emptyset$

$B_1, B_2, \ldots, B_k$ er ein **partisjon** av S dersom

- $S = B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_k$
- $B_i \cap B_j = \emptyset$

Lov om total sannsyn, Teoren 2.13

La $B_1, B_2, \ldots, B_k$ vere ein partisjon av S, då er for eikvar hending A

$$P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(A \cup B_i) = \sum_{i=1}^{k} P(A|B_i)P(B_i)$$

Kap. 2.7 Lov on total sanns. og Bayes' regel

$B_1, B_2, \dots, B_k$ er ein **partisjon** av S dersom

- $S = B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_k$
- $B_i \cap B_j = \emptyset$

Lov om total sannsyn, Teoren 2.13

La $B_1, B_2, \dots, B_k$ vere ein partisjon av S, då er for eikvar hending A

$$P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(A \cup B_i) = \sum_{i=1}^{k} P(A|B_i)P(B_i)$$

Bayes' regel, teo 2.14

La $B_1, B_2, \dots, B_k$ vere ein partisjon av S der $P(B_i) > 0$. Då har vi;

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i \cap A)}{\sum_{j=1}^{k} P(B_j \cap A)} = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{\sum_{j=1}^{k} P(A|B_j)P(B_j)} = \frac{P(B_i \cap A)}{P(A)}$$