

Fredag 8-10 i EL6

Tavleøvingstimen tirsdag 8-10 blir det ikkje noko av. Alternativ til diskusjon.

Referansegruppe:

- MTMART:
- IØT:
- ÅMASTAT:

- Bør laks røykast med metode 1 eller metode 2?
- Kva er gjennomsnittshøgde for unge norske kvinner?
- Er NTNU studentar høgare enn den unge norske befolkningen?
- Gitt høgda på foreldra, kor høgt blir barnet?
- Kor stor andel av nordmenn er blåøyd og blond?
- Er det nok å måle snødybde for å finne vassekvivalent (SWE)?
- Ønske?

Samlar inn data, og vi vil trekke slutningar utover det observerte.  
OK dersom vi har eit representativt utval.

Bør Norge stenge grensene for flykningar?

- Holmgang: Ja 89.4 %, Nei 10.6 %
- MMI: Ja 17 % Nei 83 %

Bruke studentar i frå dette auditoriet til å svare på:

## Spørsmål

Kor stor andel av nordmenn er blåøyd og blond?

OK?

- Løgn, forbanna løgn og statistikk
- Om ein torturerer dataene sine lenge nok, vil dei tilstå.

Når ein samlar inn, bearbeider, analyserer og tolker data gjer ein mange val / antakingar.

Ver ærleg med deg sjølv.

Ellers torturerer du dataene, og driv på med noko verre enn løgn.

2.1 Utfallsrom I dag

2.2 Hendingar I dag

2.3 Telle moglege utfall: Les sjølv

2.4 Sannsyn for ei hending: I dag

2.5 Additive reglar: Idag?

2.6 Betinga sannsyn, uavhengighet og produktregel

2.7 Bayes' regel

Definisjonar og teorem på lysark, eksempel og tolking på tavla.

- Høgde
- Høgde mor
- Høgde far
- Kjønn (mann = 1, kvinne = 2)
- Hårfarge som 5-åring (lys = 1, brun = 2, svart = 3, raud = 4)
- Augefarge (blå = 1, brun = 2, grøn = 3)
- Kva er ditt forhold til programmering/Matlab?
  - A Programmering kan eg ikkje (Har ikkje hatt ITGK eller liknande).
  - B Kan programere, men kjenner ikkje Matlab.
  - C Har hatt ITGK med Matlab, men liker det ikkje.
  - D OK, det går nok bra med Matlab-øvingar.
  - E Kjempe bra!

### Definisjonar

**Stokastisk forsøk:** Eit eksperiment der resultatet er underlagt tilfeldigheter

**Utfallsrom  $S$ :** Mengda av moglege resultat i eit stokastisk forsøk

**(Enkelt)utfall  $e$ :** Eit element i utfallsrommet  $S$ .

### Hending

Ei **hending** er ei delmengde av  $S$ , dvs dersom  $E \subseteq S$  er  $E$  ei hending

### Hending

Ei **hending** er ei delmengde av  $S$ , dvs dersom  $E \subseteq S$  er  $E$  ei hending

### Kompliment

**Komplimentet** til ei hending  $A$  er alle utfall i  $S$  som ikkje er med i  $A$ , skriv  $A'$

### Snitt

**Snittet** av to hendingar  $A$  og  $B$  er hendinga av alle utfalls som er i både  $A$  og  $B$ .

$$A \cap B = \{e \in S \mid e \in A \text{ og } e \in B\}$$

### Union

**Unionen** av to hendingar  $A$  og  $B$ ,  $A \cup B$ , er hendinga som inneheld alle utfall som er i  $A$ , eller  $B$  eller både  $A$  og  $B$ .

$$A \cup B = \{e \in S \mid e \in A \text{ og/eller } e \in B\}$$

### Disjunkt

To hendingar  $A$  og  $B$  er disjunkte dersom dei ikkje har nokre felles utfall, dvs  $A \cap B = \emptyset$

### Definisjon

Eit *sannsynsmål*  $P$  på eit utfallsrom  $S$  er ein reell funksjon definert på hendingane i  $S$  slik at;

- 1  $0 \leq P(A) \leq 1$  for alle  $A \subset S$
- 2  $P(S) = 1$  og  $P(\emptyset) = 0$
- 3 Dersom  $A_1, A_2, \dots, A_n$  er parvis disjunkte (dvs  $A_i \cap A_j = \emptyset$  for alle  $i$  og  $j$ ), så er

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$$

## Definisjon

Dersom  $S = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$  og  $P(e_1) = P(e_2) = \dots = P(e_n) = w$  har vi ein *uniform sannsynsmodell*.

Eksempel: Terning og tilfeldig student.

## Teorem

Anta uniform sannsynsmodell med  $m$  hendingar. La  $A = \{e_{i1}, e_{i2}, \dots, e_{ig}\}$  (hending med  $g$  enkelt utfall). Då er

$$P(A) = \frac{\text{antall utfall i } A}{\text{antall utfall i } S} = \frac{\text{gunstige}}{\text{moglege}} = \frac{g}{m}$$

Eksempel terning:

- $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , dvs  $m = 6$
- $A = \{2, 4, 6\}$ , dvs  $g = 3$
- $P(A) = \frac{g}{m} = 3/6 = 1/2$

# Uniform sannsynsmodell?

**Terning:** Triller terning og registrerer talet på auger.

**Mynt/krone:** Kastar mynt inntil ein får krone. Registrerer antall kast.

**Kule i sirkel:** Kastar kule inni sirkel. Registerer posisjon.

Kvifor/kvifor ikkje?

# Uniform sannsynsmodell?

**Terning:** Triller terning og registrerer talet på auger.

Ja

**Mynt/krone:** Kastar mynt inntil ein får krone. Registrerer antall kast.

**Kule i sirkel:** Kastar kule inni sirkel. Registerer posisjon.

Kvifor/kvifor ikkje?

# Uniform sannsynsmodell?

**Terning:** Triller terning og registrerer talet på auger.

Ja

**Mynt/krone:** Kastar mynt inntil ein får krone. Registrerer antall kast.

Nei;  $S$  er uendeleg (tellbart) og  $P(1) \neq P(2) \neq P(3)$

**Kule i sirkel:** Kastar kule inni sirkel. Registerer posisjon.

Nei;  $S$  er uendeleg (ikkje-tellbart)

Kvifor/kvifor ikkje?

## Addisjonssetninga (teorem 2.7)

La  $A$  og  $B$  vere hendingar:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

## Komplimentærsetninga (teorem 2.9)

$$P(A) = 1 - P(A')$$

## Definisjon betinga sannsyn (def. 2.10)

Det betinga sannsynet for hendinga  $B$  gitt hendinga  $A$  er

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

for  $P(A) > 0$

## Definisjon betinga sannsyn (def. 2.10)

Det betinga sannsynet for hendinga  $B$  gitt hendinga  $A$  er

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

for  $P(A) > 0$

## Definisjon uavhengighet (def. 2.11)

Hendingane  $A$  og  $B$  er *uavhengige* dersom

$$P(B|A) = P(B)$$

elles er hendingane  $A$  og  $B$  *avhengige*

## Teorem 2.10

For hendingane  $A$  og  $B$  er  $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

# Multiplikasjonsreglar

## Teorem 2.10

For hendingane  $A$  og  $B$  er  $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

## Teorem 2.11

Dersom  $A$  og  $B$  er uavhengige er  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

## Teorem 2.10

For hendingane  $A$  og  $B$  er  $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

## Teorem 2.11

Dersom  $A$  og  $B$  er uavhengige er  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

## Multiplikasjonssetninga (teorem 2.12)

Dersom hendingane  $A_1, A_2, \dots, A_k$  kan opptre, så er

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_k) =$$

$$P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) \cdot \dots \cdot P(A_k|A_1 \cap \dots \cap A_{k-1})$$

og **dersom** hendingane  $A_1, A_2, \dots, A_k$  er **uavhengige** er

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_k) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \cdot \dots \cdot P(A_k)$$

## Bayes regel, teo 2.14

La  $B_1, B_2, \dots, B_n$  vere ein partisjon av  $S$  der  $P(B_i) > 0$  for  $i = 1, 2, \dots, n$ . Då har vi;

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i \cap A)}{\sum_{j=1}^n P(B_j \cap A)} = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{\sum_{j=1}^n P(A|B_j)P(B_j)} = \frac{P(B_i \cap A)}{P(A)}$$

$B_1, B_2, \dots, B_n$  er ein **partisjon** av  $S$  dersom

- $B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_n = S$
- $B_i \cap B_j = \emptyset$