

- Sjå på eit utval av ofte brukte diskret sannsynsfordelingar
 - Uniform (uniform sannsynsmodell)
 - Binomisk (Bernoulli prosess)
 - Multinomisk
 - Hypergeometrisk
 - Geometrisk
 - Negativ binomisk
 - Poisson
- Prosserar desse beskriv
 - Bernoulli prosess
 - Poisson prosess
- Nokre eigenskapar
 - $E(X)$ og $Var(X)$

Diskret stokastisk variabel

Eit stokastisk variabel som gjev eit endeleg eller tellbart antall utfall.

Definisjon diskret sannsynsfordeling

Paret $(x, f(x))$ blir kalla sannsynsfordelinga til den diskret stok. var. X dersom

- 1 $0 \leq f(x)$
- 2 $\sum_{\forall x} f(x) = 1$ (summen over alle moglege x)
- 3 $f(x) = P(X = x)$

Bernoulli prosess

- 1 n uavhengige forsøk
- 2 Kvart forsøk resulterer i suksess, $I_i = 1$ eller ikkje-suksess $I_i = 0$.
- 3 Suksess-sannsynet $p = P(I_i = 1)$ er konstant.

Binomisk fordeling

Ser på antall suksess i ein Bernoulli prosess, $X = \sum_{i=1}^n I_i$. X er då binomisk fordelt;

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$$

Multinomisk prosess og multinomisk fordeling

Multinomisk prosess

- 1 n uavhengige forsøk
- 2 Kvant forsøk resulterer i ein av R kategoriar
- 3 Suksess-sannsynet $p_i = P(\text{forsøk i gjev kategori } r)$ er konstant.

Multinomisk fordeling

Ser på talet på utfall i kategori r i ein Multinomisk prosess. X er då multinomisk fordelt;

$$f(x_1, x_2, \dots, x_R; n, p_1, p_2, \dots, p_R) = \binom{n}{x_1, x_2, \dots, x_R} p_1^{x_1} p_2^{x_2} \dots p_R^{x_R}$$

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

Antall moglege kombinasjonar dersom ein trekker x individ frå ein popuasjon på n , *utan tilbakelegging*, og når ein ikkje bryr seg om ordninga (rekkefølgje dei er trekt i), dvs *uordna*.

Multinomial koeffisient

Tilsvarende for r ulike grupper ('av suksess').

$$\binom{n!}{n_1, n_2, \dots, n_r} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_r!}$$

der $n_1 + n_2 + \dots + n_r = n$.

Hypergeometrisk fordeling

- Urne med N kuler.
- k blåe kuler (suksess)
- $N - k$ raude kuler (ikkje-suksess)
- Trekker n kuler
- X er antall av dei trekte som er blåe (suksess).

Definisjon hyper-geometrisk

$$f(x; N, n, k) = h(x; N, n, k) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

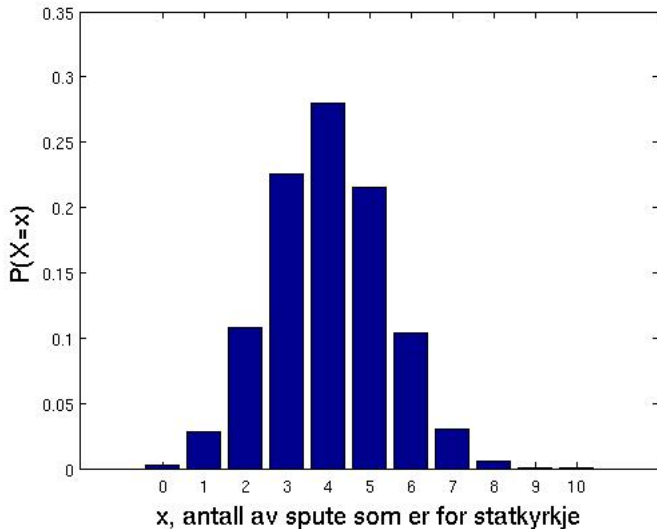
Spørjeundersøking i lite trussamfunn

Trussamfunnet har $N = 50$ medlemmar.

For eller i mot statskyrkja?

Nok å spørre 10?

Kva om $k = 20$ er for og $N - k = 30$ er i mot?



$$P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \sum_{x=0}^4 h(x; 50, 10, 20) = 0.36$$

Teorem 5.3

Dersom X er hyper-geometrisk fordelt: $h(x; N, n, k)$, så er forventningsverdien

$$E(X) = \mu = \frac{nk}{N}$$

og variansen

$$\text{Var}(X) = \sigma^2 = \frac{N-n}{N-1} \cdot n \cdot \frac{k}{N} \cdot \left(1 - \frac{k}{N}\right)$$

Geometrisk fordeling

Dersom vi har uavhengige forsøk, kvar med suksess sannsyn p og ikkje-suksess sannsyn $q = 1 - p$, og lar X vere antallet forsøk tom første suksess, så er X geometrisk fordelt med sannsynsfunksjon

$$f(x; p) = g(x; p) = (1 - p)^{x-1} p$$

Forventning og varians, teorem 5.4

Dersom X er geometrisk fordelt med parameter p , så er

$$\mu = E(X) = \frac{1}{p}$$

$$\sigma^2 = \text{Var}(X) = \frac{1 - p}{p^2}$$

Eks: Treng 6-ar, kor mange kast?

Negativ binomisk fordeling

Negativ binomisk fordeling

Dersom vi har uavhengige forsøk, kvar med suksess sannsyn p , og lar X vere antallet forsøk tom k -te suksess, så er X negativ binomisk fordelt med sannsynsfunksjon

$$f(X; k, p) = \binom{x-1}{k-1} p^k (1-p)^{x-k}$$

for $x = k, k+1, \dots$

Forventning og varians

Dersom X er geometrisk fordelt med parameter p , så er

$$\mu = E(X) = \frac{k}{p}$$

$$\sigma^2 = \text{Var}(X) = k \frac{1-p}{p^2}$$

- 1 Talet på hendingar som inntreff i eit tidsintervall er uavhengig av talet på hendingar som inntreff i disjunkte tidsintervall.
- 2 Sannsynet for at ei hending inntreff i eit kort tidsintervall er lineært med lengda på tidsintervallet, og er uavhengig av om det inntreff hendingar før eller etter intervallet.
- 3 Sannsynet for at det inntreff meir enn ei hending innanfor eit lite tidsintervall er neglisjerbart.

PS: Kan bytte ut tid med distanse, areal, volum,

- Antall jordskjelv
- Antall bakteriar i ei prøve
- Antall α -partiklar i bakgrunnsstråling
- Antall pasientar innlagt på ei sjukehusavdeling
- Antall aviser solgt i ein butikk
- Antall ulykker på ei vegstrekning
- Antall strømbrudd

Poissonfordeling

La X vere talet på hendingar i eit tidsintervall t . X er poissonfordelt dersom sannsynsfordelinga er

$$f(x; \lambda t) = p(x; \lambda t) = \frac{\exp(-\lambda t)(\lambda t)^x}{x!}$$

der λ er gjennomsnittleg antall hendingar per tidseining (f.eks. time).

Bruker ofte $\mu = \lambda t$, f.eks. i tabellen.

Forventning og varians, teorem 5.4

Dersom X er poissonfordelt med parameter λt , så er

$$E(X) = \lambda t$$

$$\text{Var}(X) = \lambda t$$

- Sjå på eit utval av ofte brukte diskret sannsynsfordelingar
 - Uniform (uniform sannsynsmodell)
 - Binomisk (antall suksess, Bernoulli prosess)
 - Multinomisk (antall i kategoriar, Multinomisk prosess)
 - Hypergeometrisk (antall suksess, trekking utan tilbakelegging)
 - Geometrisk (antal forsøk til første suksess i Bernoulli forsøk)
 - Negativ binomisk (antall forsøk til k-te suksess i Bernoulli forsøk)
 - Poisson (poissionprosess)