- Sjå på eit utval av ofte brukte diskret sannsynsfordelingar
  - Uniform
  - Binomisk
  - Multinomisk
  - Hypergeometrisk
  - Geometrisk
  - Negativ binomisk
  - Poisson
- Prosserar desse beskriv
  - Bernoulli prosess
  - Poisson prosess
- Nokre eigenskapar
  - $E(X)$ og $Var(X)$

Diskret sannsynsfordeling

Diskret stokastisk variabel

Eit stokastisk variabel som gjev eit endeleg eller tellbart antall utfall.

Definisjon diskret sannsynsfordeling

Paret $(x, f(x))$ blir kalla sannsynsfordelinga til den diskret stok. var. X dersom

1. $0 \leq f(x)$
2. $\sum_{\forall x} f(x) = 1$ (summen over alle mogelege x)
3. $f(x) = P(X = x)$

Definisjon 4.1

La X vere ein stok.var. med sannsynsfordeling $f(x)$.
Forventningsverdien til X er då

$$\mu = E(X) = \sum_{\forall x} x f(x)$$

dersom X er diskret.

Definisjon 4.3

La X vere ein stok. var. med forventning μ. Variansen til X er då:
For diskret X:

$$Var(X) = E((X-\mu)^2) = \sum_{\forall x} (x-\mu)^2 f(x)$$

Teorem 4.2

$$Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

Definisjon

Dersom $S = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ og $P(e_1) = P(e_2) = \cdots = P(e_n) = w$ har vi ein *uniform sannsynsmodell*.

Eksempel: Terning og tilfeldig student.

Diskret uniform fordeling

Definisjon, diskret uniform fordeling

Dersom den stokastiske variabelen X tar verdiane $x_1, x_2, \ldots x_k$ med likt sannsyn, er X diskret uniformt fordelt, og har sannsynsfordeling

$$f(x; k) = \frac{1}{k}$$

Diskret uniform fordeling

Definisjon, diskret uniform fordeling

Dersom den stokastiske variabelen X tar verdiane $x_1, x_2, \ldots x_k$ med likt sannsyn, er X diskret uniformt fordelt, og har sannsynsfordeling

$$f(x;k) = \frac{1}{k}$$

Forventning og varians

Forventning og varians til ein diskret uniformt fordelt stokastisk variabel med sannsynsfordling $f(x;k)$ er:

$$\mu = E(X) = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} x_k$$

$$\sigma^2 = Var(X) = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}(x_i - \mu)^2$$

Bernoulli prosess og binomisk fordeling

Bernoulli prosess

1. n uavhengige forsøk
2. Kvart forsøk resulterer i suksess, $I_i = 1$ eller ikkje-suksess $I_i = 0$.
3. Suksess-sannsynet $p = P(I_i = 1)$ er konstant.

Binomisk fordeling

Ser på antall suksess i ein Bernoulli prosess, $X = \sum_{i=1}^{n} I_i$. X er då binomisk fordelt;

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

Binominal-koeffisienten

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

Antall moglege kombinasjonar dersom ein trekker x individ frå ein popuasjon på n, *utan tilbakelegging*, og når ein ikkje bryr seg om ordninga (rekkefølgje dei er trekt i), dvs *uordna*.

Binominal-koeffisienten

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

Antall moglege kombinasjonar dersom ein trekker x individ frå ein popuasjon på n, *utan tilbakelegging*, og når ein ikkje bryr seg om ordninga (rekkefølgje dei er trekt i), dvs *uordna*.

Multinomial koeffisient

Tilsvarende for r ulike grupper ('av suksess').

$$\binom{n!}{n_1, n_2, \ldots, n_r} = \frac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_r!}$$

der $n_1 + n_2 + \cdots + n_r = n$.

Hypergeometrisk fordeling

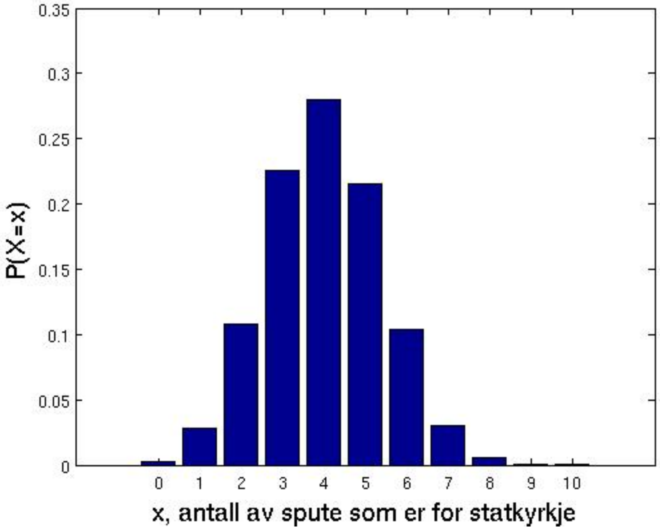
- Urne med N kuler.
- k blåe kuler (suksess)
- $N - k$ raude kuler (ikkje-suksess)
- Trekker n kuler
- X er antall av dei trekte som er blåe (suksess).

Definisjon hyper-geometrisk

$$f(x; N, n, k) = h(x; N, n, k) = \frac{\binom{k}{x}\binom{N-k}{X-k}}{\binom{N}{n}}$$

Spørjeundersøking i lite trussamfunn

Trussamfunnet har $N = 50$ medlemmar.
For eller i mot statskyrkja?
Nok å sprørre 10?
Kva om $k = 20$ er for og $N - k = 30$ er i mot?



$$P(X \geq 5)) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \sum_{x=0}^{4} h(x; 50, 10, 20) = 0.36$$

Forventning og varians hypergeometrisk fordeling

Teorem 5.3

Dersom X er hyper-geometrisk fordelt: h(x;N,n,k), så er forventningsverdien

$$E(X) = \mu = \frac{nk}{N}$$

og variansen

$$Var(X) = \sigma^2 = \frac{N-n}{N-1} \cdot n \cdot \frac{k}{N} \cdot (1 - \frac{k}{N})$$