

Kapittel 6, Kontinuerlege Sannsynsfordelingar

- Sjå på eit utval av ofte brukte kontinuerlege sannsynsfordelingar
 - Uniform
 - Normal
 - Eksponensial
 - Gamma
 - Weibull
 - (Kji-kvadrat)
 - (Student-T)
- Prosserar desse beskriv
- Nokre eigenskapar
 - $E(X)$ og $Var(X)$

Definisjon

Funksjonen $f(x)$ definert for alle reelle tal $x \in \mathbb{R}$ blir kalla sannsynsfordelinga til den kontinuerlege stok. var. X dersom

- $0 \leq f(x)$
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$
- $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$

Kontinuerleg uniformfordeling

Kontinuerleg uniformfordeling

Den kontinuerlege stokastiske variabelen X er uniformt fordelt på intervallet $[A, B]$ dersom;

$$f(x; A, B) = \frac{1}{B - A}$$

for $A \leq x \leq B$, og 0 ellers.

Teorem 6.1

Dersom X er kontinuerleg uniformfordelt så er

$$E(X) = \frac{A + B}{2}$$

$$\text{Var}(X) = \frac{(B - A)^2}{12}$$

Normalfordeling

Den stokastiske variabelen X er normalfordelt dersom

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(x - \mu)^2\right)$$

Skriv då $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

Forventning og varians lineærkombinasjon

- $E(a + bX) = a + bE(X)$
- $Var(a + bX) = b^2 Var(X)$

Vegt for nyfødte er normalfordelt med $\mu = 3315$ og $\sigma^2 = 575^2$.

- a Finn sannsynet for at ein nyfødt veg meir enn 3000 gr.
Sannsynet for at nyfødt er mellom 3000 og 3500 gr.
Sannsynet for at ein nyfødt er tyngre enn 3500, gitt at han er meir enn 3000 gr.
- b Nyfødte blir definert som undervektig dersom mindre enn 1% er lettare. Finn grensa for undervektig.

Definisjon betinga sannsyn (def. 2.9)

Det betinga sannsynet for hendinga B gitt hendinga A er

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

for $P(A) > 0$

Binomisk fordeling

Ser på antall suksess i ein Bernoulli prosess, $X = \sum_{i=1}^n I_i$. X er då binomisk fordelt;

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$$

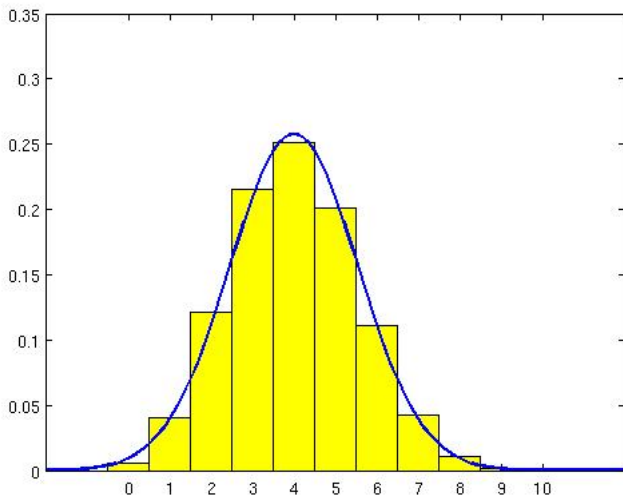
Dersom $X \sim \text{Bin}(n, p)$, så er

$$E(X) = np$$

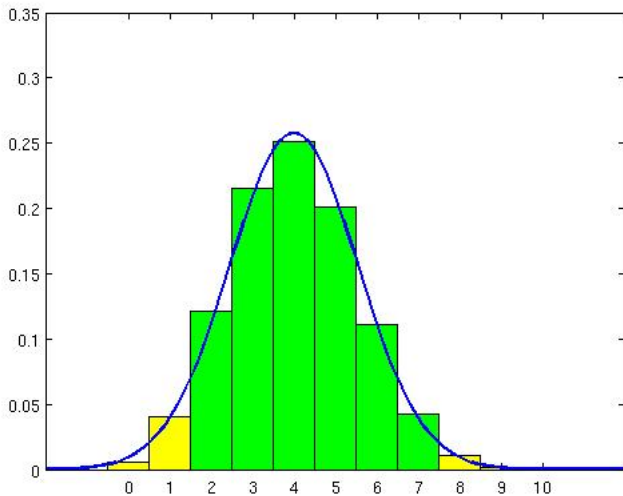
$$\text{Var}(X) = np(1 - p)$$

Binomisk og normal

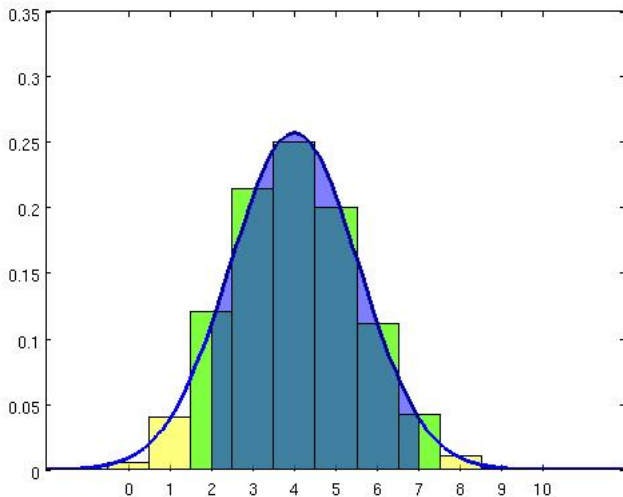
Binomisk: $p = 0.4$ og $n = 10$ Normal: forventning og var. som i binomisk.



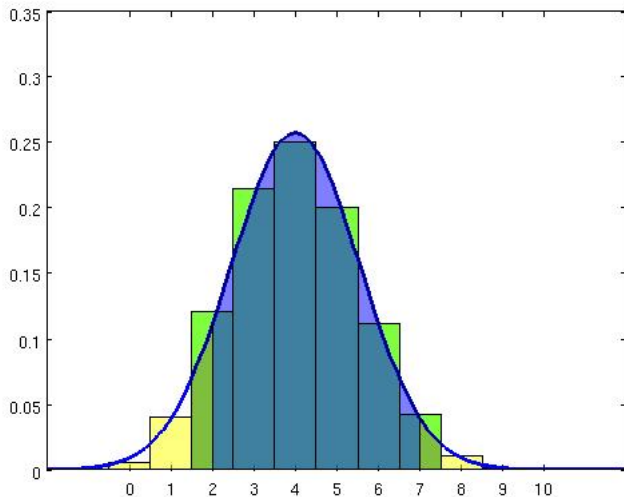
$$P(2 \leq X \leq 7)$$



Normaltilnærming $P(2 \leq X \leq 7)$



Normaltilnærming med halvkorreksjon



Normalfordeling

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(x - \mu)^2\right)$$

for $-\infty < x < \infty$

- $E(X) = \mu$ og $Var(X) = \sigma^2$
- $Y = a + bX$, $Y \sim N(a + bE(X), b^2 Var(X))$
- Z er standard normalfordelt dersom $Z \sim N(0, 1)$
- Kummulativ fordeling for standard normalfordeling er tabulert.