

# Typiske spørsmål

- ▶ Kva er gjennomsnittshøgda for NTNU-studiner. **Estimering**
- ▶ Er eg høgare enn gjennomsnittleg kvinneleg NTNU-student. **Hypotesetest**
- ▶ Kva er forskjellen i kvalitet på laks for lagringsmetode 1 og lagringsmetode 2. **Estimering**
- ▶ Er kvaliteten på laks ved lagringsmetode 2 betre enn ved lagringsmetode 1? **Hypotesetest**

# Hypotesetesting

- ▶  $H_0$ : Null hypotese. Konservativ.
- ▶  $H_1$ : Alternativ hypotese. Endring.

# Høgde, NTNU kvinner og Ingelin

Påstand som skal testast: Ingelin er høgare enn gj.snittlege NTNU kvinne.

$\mu$ : gj.snitt for NTNU kvinner.

## Hypoteser

- ▶  $H_0: \mu = \mu_0 = 172$
- ▶  $H_1: \mu < \mu_0$

## Moglege beslutningar

- ▶ Forkastar  $H_0$ , og aksepterer  $H_1$ .  
Påstand 'bevist' ved data.
- ▶ Forkaster ikkje  $H_0$ .  
Data underbygger ikkje påstand.

## Fiskekvalitet

- ▶  $\mu_1$ : Gj.snitt kvalitet på fisk, tradisjonell lagring.
- ▶  $\mu_2$ : Gj.snitt kvalitet på fisk, ny lagring.

Ny metode betre kvalitet?

## Hypoteser

- ▶  $H_0: \mu_1 = \mu_2$
- ▶  $H_1: \mu_2 > \mu_1$

## Moglege beslutningar

- ▶ Forkastar  $H_0$ , og aksepterer  $H_1$ .  
Det er ulik kvalitet. Innfører ny lagringsmetode.
- ▶ Forkaster ikkje  $H_0$ .  
Kan ikkje bevise at  $\mu_2 > \mu_1$ . Fortsett med eksisterande lagring.

# Hypotesetesting

## Metode p-verdi

1. Antar  $H_0$  er sann.
2. Finn  $p$ -verdi:  $P(\text{vårt estimat eller meir ekstremt} \mid H_0 \text{ er sann})$
3. Forkastar  $H_0$  dersom liten  $p$ -verdi ( $< \alpha$ ).

## Metode forkastningsområde

1. Antar  $H_0$  er sann.
2. Finn testobservator og område for 'testobservasjon' (evt. estimat) som fører til forkastning.
3. Forkastar  $H_0$  dersom 'testobservasjon'/estimat i forkastningsområdet.

## Viktige observatorar

Dersom  $X_i \stackrel{u.i.f.}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$ , kjent  $\sigma^2$  eller pga SGT

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

Dersom  $X_i \stackrel{u.i.f.}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$  og  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}} \sim T_{n-1}$$

Student-t fordelt med  $\nu = n - 1$  fridomsgrader.

Dersom  $X_i \stackrel{u.i.f.}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$  og  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$$

Kji-kvadrat fordelt med  $\nu = n - 1$  fridomsgrader.

# Høgdehypotese, kjent varians

Høgde kvinnlege NTNU stud:  $X_i \sim N(\mu, 6.0^2)$ ,  $n = 36$ ,  $\alpha = 0.05$

## Hypoteser

- ▶  $H_0: \mu = \mu_0 = 172$
- ▶  $H_1: \mu < \mu_0$

## Forkastningsområde

- ▶ Testobservator:  $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$
- ▶ Under  $H_0$ :  $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$   
 $P(Z < -z_\alpha) = \alpha$
- ▶ Forkaster  $H_0$  dersom  $z_{obs} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} < -z_\alpha = -1.645$
- ▶ Forkaster  $H_0$  dersom  $\bar{x} < \bar{x}_{grense} = \mu_0 - z_\alpha \sigma / \sqrt{n} = 170.4$

# Fiskehypotese, kjent varians

Metode 1:  $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ,  $n_1$  data

Metode 2:  $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ ,  $n_2$  data

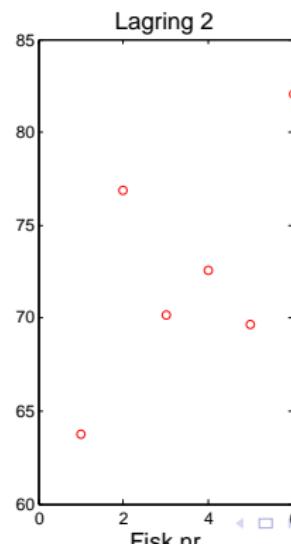
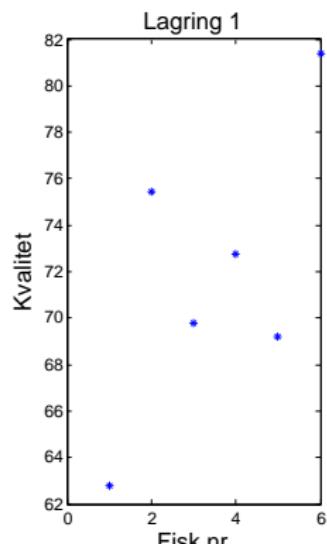
## Hypoteser

- ▶  $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$
- ▶  $H_1: \mu_1 - \mu_2 < 0$

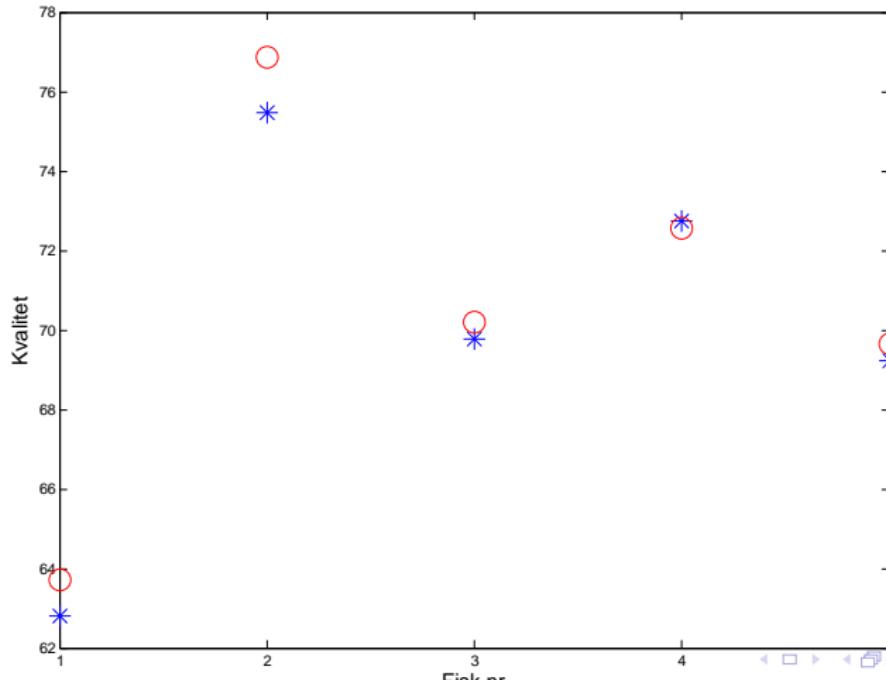
## Forkastningsområde

- ▶ Testobservator:  $Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} \sim N(0, 1)$
- ▶ Under  $H_0$ :  $Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} \sim N(0, 1)$   
 $P(Z < -z_\alpha) = \alpha$
- ▶ Forkaster  $H_0$  dersom  $z_{obs} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} < -z_\alpha$

# Lagring av fisk



# Lagring av fisk, differansar



# Lengde på spikar

Skal produsere spikar på lengde 50 mm.  
Men, er gjennomsnittslengda 50mm?

## Hypoteser

- ▶  $H_0: \mu = \mu_0 = 50$
- ▶  $H_1: \mu \neq 50$

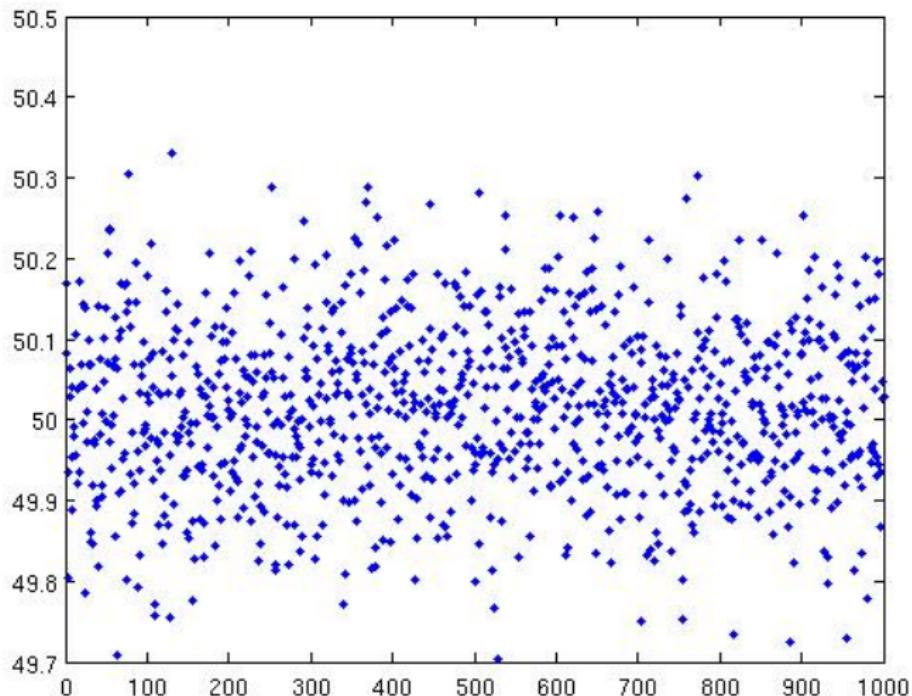
Signifikansnivå  $\alpha = 0.01$

Antar lengde  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

## Data

- ▶ Måler  $n = 1000$  spikrar.
- ▶  $\bar{x} = 50.01$  og  $s^2 = 0.1^2$

## Spikar, data



$$n = 1000, \bar{x} = 50.01 \text{ og } s^2 = 0.1^2$$

# Spiker, forts.

## Forkastningsmetode

- ▶ Testobservator:  $T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim T_{n-1}$
- ▶ Under  $H_0$ :  $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim T_{n-1}$ ,  $P(-t_{\alpha/2} < T < t_{\alpha/2}) = \alpha$
- ▶ Forkaster  $H_0$  dersom  $t_{obs} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} < -t_{\alpha/2}$  eller  $t_{obs} > t_{\alpha/2}$ ,  
 $t_{0.005,\infty} = 2.57$ .
- ▶ Med  $n = 1000$ ,  $\bar{x} = 50.01$  og  $s^2 = 0.1^2 \Rightarrow t_{obs} = 3.16 > 2.57$

# Spiker, forts.

## Forkastningsmetode

- ▶ Testobservator:  $T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim T_{n-1}$
- ▶ Under  $H_0$ :  $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim T_{n-1}$ ,  $P(-t_{\alpha/2} < T < t_{\alpha/2}) = \alpha$
- ▶ Forkaster  $H_0$  dersom  $t_{obs} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} < -t_{\alpha/2}$  eller  $t_{obs} > t_{\alpha/2}$ ,  
 $t_{0.005,\infty} = 2.57$ .
- ▶ Med  $n = 1000$ ,  $\bar{x} = 50.01$  og  $s^2 = 0.1^2 \Rightarrow t_{obs} = 3.16 > 2.57$
- ▶ Forkastar, men relevant forskjell?

## Forkastningsmetode

- ▶ Testobservator:  $T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim T_{n-1}$
- ▶ Under  $H_0$ :  $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim T_{n-1}$ ,  $P(-t_{\alpha/2} < T < t_{\alpha/2}) = \alpha$
- ▶ Forkaster  $H_0$  dersom  $t_{obs} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} < -t_{\alpha/2}$  eller  $t_{obs} > t_{\alpha/2}$ ,  
 $t_{0.005,\infty} = 2.57$ .
- ▶ Med  $n = 1000$ ,  $\bar{x} = 50.01$  og  $s^2 = 0.1^2 \Rightarrow t_{obs} = 3.16 > 2.57$
- ▶ **Forkastar, men relevant forskjell?**
- ▶ Forskjell kun  $1/10$  av standardavviket i fordelinga til spikarlengdene.
- ▶ **Statisisk signifikant vs praktisk signifikant**