

Eksempel, lyspærer i kollektiv

Eit kollektivkjøkken har $n = 5$ lyspærer. Lyset står alltid på, og ingen skifter pærer. Lyspærene har eksponensialfordelt levetid, med forventet levetid på 1000 timer. Vi er interessert i fordelinga til når den siste lyspæra ryk. Og heilt konkret vil vi finne sannsynet for at kjøkkenet er mørklagt etter 100 dagar.

Vi lar X_i vere levetida til lyspære i .

$$X_i \sim f_X(x) \quad \text{for} \quad i = 1, 2, \dots, n = 5$$

der sannsynsfordelinga er

$$f_X(x) = \frac{1}{\beta} \exp(-x/\beta)$$

med $\beta = 1000$. Kummulativfordeling er

$$F_X(x) = 1 - \exp(-x/\beta).$$

Vi er interessert i fordelinga til $V = \max\{X_1, X_2, \dots, X_5\}$. Frå notatet/forelesninga har vi at:

$$F_V(v) = P(V \leq v) = [F_X(v)]^n.$$

Vi får

$$F_V(v) = [1 - \exp(-v/\beta)]^5$$

Vi er interessert i

$$P(V \leq 24 \cdot 100) = F_V(2400) = [1 - \exp(-2400/1000)]^5 = 0.92^5 = 0.65$$

Så sjølv om det for kvar av lyspærene er sannsyn 0.92 for at ho er død i løpet av 100 dagar, er sannsynet for at alle er mørklagt 'berre' 0,65.