- 2.1 Utfallsrom Onsdag
- 2.2 Hendingar Onsdag
- 2.3 Telle mogeleg utfall: I dag
- 2.4 Sannsyn for ei hending: Onsdag
- 2.5 Addetive reglar: Onsdag
- 2.6 Betinga sannsyn, uavhengighet og produktregelen Onsdag og i dag
- 2.7 Bayes' regel I dag

+ Kahoot! for kap. 2.

Definisjonar og teorem på lysark, eksempel og tolking på tavla.

Eksempel Blå og raud terning

Kastar to terningar, registrerer talet på auger på kvar av dei.

- A: Seksar på blå
- B: Seksar på raud

Har at $P(A) = P(B) = 1/6$ og $P(A \cap B) = 1/36$

Eksempel 10 venner

Venn	Hår	Auger
1	Lys	Blå
2	Lys	Blå
3	Mørk	Blå
4	Lys	Blå
5	Mørk	Grøn
6	Mørk	Brun
7	Lys	Brun
8	Lys	Blå
9	Lys	Blå
10	Mørk	Brun

- A: Lyst hår
- B: Blå auger

Har at $P(A) = P(B) = 0.6$ og at $P(A \cap B) = 0.5$

Definisjon betinga sannsyn (def. 2.10)

Det betinga sannsynet for hendinga B gitt hendinga A er

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

for $P(A) > 0$

Betinga sannsyn og uavhengighet

Definisjon betinga sannsyn (def. 2.10)

Det betinga sannsynet for hendinga B gitt hendinga A er

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

for $P(A) > 0$

Definisjon uavhenighet (def. 2.11)

Hendingane A og B er *uavhengige* dersom

$$P(B|A) = P(B)$$

elles er hendingane A og B *avhengige*

Multiplikasjonsreglar

Teorem 2.10

For hendingane A og B er $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

Multiplikasjonsreglar

Teorem 2.10

For hendingane A og B er $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

Teorem 2.11

Dersom A og B er uavhengige er $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

Multiplikasjonsreglar

Teorem 2.10

For hendingane A og B er $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

Teorem 2.11

Dersom A og B er uavhengige er $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

Multiplikasjonssetninga (teorem 2.12)

Dersom hendingane $A_1, A_2, \ldots A_k$ kan opptre, så er

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_k) =$$

$$P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) \cdot \cdots \cdot P(A_k|A_1 \cap \ldots A_{k-1})$$

og **dersom** hendingane $A_1, A_2, \ldots A_k$ er **uavhengige** er

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_k) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \cdot \cdots \cdot P(A_k)$$

$B_1, B_2, \ldots, B_k$ er ein **partisjon** av S dersom

- $S = B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_k$
- $B_i \cap B_j = \emptyset$ for alle par av i og j.

$B_1, B_2, \ldots, B_k$ er ein **partisjon** av S dersom

- $S = B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_k$
- $B_i \cap B_j = \emptyset$ for alle par av i og j.

Lov om total sannsyn, Teoren 2.13

La $B_1, B_2, \ldots, B_k$ vere ein partisjon av S, då er for eikvar hending A

$$P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(A \cap B_i) = \sum_{i=1}^{k} P(A|B_i)P(B_i)$$

$B_1, B_2, \ldots, B_k$ er ein **partisjon** av S dersom

- $S = B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_k$
- $B_i \cap B_j = \emptyset$ for alle par av i og j.

Lov om total sannsyn, Teoren 2.13

La $B_1, B_2, \ldots, B_k$ vere ein partisjon av S, då er for eikvar hending A

$$P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(A \cap B_i) = \sum_{i=1}^{k} P(A|B_i)P(B_i)$$

Bayes' regel, teo 2.14

La $B_1, B_2, \ldots, B_k$ vere ein partisjon av S der $P(B_i) > 0$. Då har vi;

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i \cap A)}{\sum_{j=1}^{k} P(B_j \cap A)} = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{\sum_{j=1}^{k} P(A|B_j)P(B_j)} = \frac{P(B_i \cap A)}{P(A)}$$

Positiv test = sjuk?

Alle blir testa for ein sjeldan sjukdom.

- B: Har sjukdommen, $P(B) = 0.001$
- A: Testen er positiv
- $P(A|B) = 0.95$ (test er positiv gitt at ein er sjuk)
- $P(A|B') = 0.01$ (test er positiv gitt at ein er frisk)

Kva er $P(B|A)$ (sanns. for å vere sjuk når testen er positiv)?

Positiv test = sjuk?

Alle blir testa for ein sjeldan sjukdom.

- B: Har sjukdommen, $P(B) = 0.001$
- A: Testen er positiv
- $P(A|B) = 0.95$ (test er positiv gitt at ein er sjuk)
- $P(A|B') = 0.01$ (test er positiv gitt at ein er frisk)

Kva er $P(B|A)$ (sanns. for å vere sjuk når testen er positiv)?
Bayes' regel (partisjonen er B og B')

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A|B)P(B) + P(A|B')P(B')}$$

$$\frac{0.001 \cdot 0.95}{0.95 \cdot 0.001 + 0.01 \cdot 0.999} = 0.088$$

Positiv test = sjuk?

Alle blir testa for ein sjeldan sjukdom.

- B: Har sjukdommen, $P(B) = 0.001$
- A: Testen er positiv
- $P(A|B) = 0.95$ (test er positiv gitt at ein er sjuk)
- $P(A|B') = 0.01$ (test er positiv gitt at ein er frisk)

Kva er $P(B|A)$ (sanns. for å vere sjuk når testen er positiv)?
Bayes' regel (partisjonen er B og B')

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A|B)P(B) + P(A|B')P(B')}$$

$$\frac{0.001 \cdot 0.95}{0.95 \cdot 0.001 + 0.01 \cdot 0.999} = 0.088$$

Og sanns. sjuk når testen er negativ: $P(B|A') = 0.00005$

Uniform sannsynsmodell

Definisjon

Dersom $S = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ og $P(e_1) = P(e_2) = \cdots = P(e_n) = w$ har vi ein *uniform sannsynsmodell*.

Eksempel: Terning og tilfeldig venn.

Teorem (Rule 2.3)

Anta uniform sannsynsmodell med m hendingar. La $A = \{e_{i1}, e_{i2}, \ldots, e_{ig}\}$ (hending med g enkelt utfall). Då er $P(A) = \frac{\text{antall utfall i A}}{\text{antall utfall i S}} = \frac{\text{gunstige}}{\text{moglege}} = \frac{g}{m}$

Eksempel (ein) terning:

- $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, dvs $m = 6$
- $A = \{1, 2\}$, dvs $g = 3$
- $P(A) = \frac{g}{m} = 2/6 = 1/3$

Sjå tematisk video om kombinatorikk

Produktregelen (Rule 2.2)

Dersom ein operasjon kan gjerast på n_1 måtar, og for kvar av desse kan ein annan operasjon gjerast på n_2 måtar, og for kvar kombinasjon av desse operasjonane kan ein tredje operasjon gjerast på n_3 måtar, ... og for kvar kombinasjon av desse $(p-1)$ operasjonane kan ein p'te operasjon gjerast på n_p måtar, kan dei p operasjonane kombinerast på $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \cdots \cdot n_p$ måtar.

- **Ordna utval, trekking med tilbakelegging.** Trekker r av n med tilbakelegging, bryr oss om ordninga: $m = n^r$
- **Ordna utval, trekking utan tilbakelegging.** Trekker r av n utan tilbakelegging, bryr oss om ordninga: $m = n \cdot (n-1) \cdot \cdots \cdot (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Uordna utval, trekking med tilbakelegging.** (ser ikkje på)
- **Uordna utval, trekking utan tilbakelegging.** Trekker r av n utan tilbakelegging, bryr oss ikkje om ordninga: $m = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

Binomialkoeffisienten

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Teorem 2.1: Permutasjonar

Talet på permutasjonar av n objekt er $n!$