Typiske spørsmål kap. 9 og kap 10.

- Kva er gjennomsnittshøgda for kvinnelege NTNU-studentar.Estimering
- Er eg høgare enn gjennomsnittleg kvinnelege NTNU-studentar. Hypotesetest
- Kva er forskjellen i kvalitet på laks for lagringsmetode 1 og lagringsmetode 2. Estimering
- Er kvaliteten på laks ved lagringsmetode 2 betre enn ved lagringsmetode 1. Hypotesetest

Kap. 9: Estimering

- Har data $x_1, x_2, \ldots, x_n$
- Antar fordeling frå kjennskap til fenomenet; $x_i \sim f(x; \theta)$.
- *Estimerer/ berekne* θ frå data v.h.a. ein *estimator* $\hat{\theta}$.

1. Kva er ein god estimator? (i dag)
2. Korleis finne ein estimator? (i dag)
3. Korleis kvantifisere usikkerheita i estimat? (fredag)

Eksempel Defektsannsyn

Du har fått sommarjobb på vindusfabrikken. Dei tar i bruk ny produksjons teknikk, og ønsker å finne defekt sannsynet p.

- $m_1 = 40$ vindu produsert i første skiftet.
- $m_2 = 60$ vindu i andre skift.
- $u = 5$ defekte i første skiftet.
- $v = 15$ defekte i andre skiftet.

Foreslå minst to måtar å *estimere* p på.
Kva sannsynsfordeling har U og V?

Eksempel Defektsannsyn forts.

- La $Z_\nu = 0$ dersom vindu nr ν er ikkje-defekt, og $Z_\nu = 1$ dersom defekt. $\nu = 1, 2, \ldots, m_1 + m_2$
- $P(Z_\nu = z_\nu) = p^{z_\nu}(1-p)^{1-z_\nu}$; sannsynsfordeling
- $U = \sum_{\nu=1}^{m_1} Z_\nu$; talet på defekte i første skift.
- $V = \sum_{\nu=m_1+1}^{m_1+m_2} Z_\nu$; talet på defekte i andre skift.

Foreslå minst to *estimatorar* for p

REP: Bernoulli prosess og binomisk fordeling

Bernoulli prosess

1. n uavhengige forsøk
2. Kvart forsøk resulterer i suksess, $I_i = 1$ eller ikkje-suksess $I_i = 0$.
3. Suksess-sannsynet $p = P(I_i = 1)$ er konstant.

Binomisk fordeling

Ser på antall suksess i ein Bernoulli prosess, $X = \sum_{i=1}^{n} I_i$. X er då binomisk fordelt;

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

Dersom $X \sim Bin(n, p)$ så er

- $E(X) = np$
- $Var(X) = np(1-p)$

Eksempel Defektsannsyn, to estimatorar

- $\hat{p} = \dfrac{U + V}{m_1 + m_2}$
- $\hat{\hat{p}} = 0.5(\dfrac{U}{m_1} + \dfrac{V}{m_2})$

Forventningsrette:

- $E(\hat{p}) = p$
- $E(\hat{\hat{p}}) = p$

Viktige reknereglar

Forventning til lineærkombinasjon:

$$E(a_0+a_1X_1+\ldots a_nX_n) = a_0+a_1E(X_1)+\cdots+a_nE(X_n)$$

Varians til lineærfunksjon:

$$Var(a+bX_1) = b^2Var(X_1)$$

Dersom $X_1, X_2, \ldots X_n$ er **uavhengige**:

$$Var(a_0+a_1X_1+a_2X_2+\cdots+a_nX_n) =$$

$$a_1^2Var(X_1)+a_2^2Var(X_2)+\ldots a_n^2Var(X_n)$$

Defektsannsyn, estimator varians

Antar uavhengigheit.

- $Var(\hat{p}) = Var(\frac{U+V}{m_1+m_2}) = \frac{p(1-p)}{m_1+m_2}$
- $Var(\hat{\hat{p}}) = Var(0.5(\frac{U}{m_1} + \frac{V}{m_2})) = 0.25p(1-p)(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2})$

Kan vise at

$$Var(\hat{\hat{p}}) - Var(\hat{p}) = p(1-p)\frac{(m_1-m_2)^2}{4m_1m_2(m_1+m_2)} \geq 0$$

Altså $Var(\hat{\hat{p}}) \geq Var(\hat{p}) \Rightarrow$ føretrekker $\hat{p}$.

Sannsynsmaksimeringsestimator, SME

Finn den verdien for parameteren θ (studentjul $\theta = p$) som gjev høgast sannsyn for å observere dei data vi har observert.

OPPSKRIFT

- Finn likelihoodfunksjonen
  $L(\theta; x_1, x_2, \ldots, x_n) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n; \theta) \overset{uavh}{=} \prod_{i=1}^{n} f(x_i; \theta)$
- Finn toppunkt av likelihoodfunksjonen:
  - Tar ln av L; $l(\theta; x_1, x_2, \ldots, x_n) = \ln(L(\theta; x_1, x_2, \ldots, x_n))$. *Rekne triks som nesten alltid blir brukt. L og l har same toppunkt.*
  - Deriverer og set lik 0; $\frac{\partial}{\partial\theta} l(\theta; x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0$
  - Løyser ut for θ. *Skal eigentleg i tillegg sjekke endepunkt og at det er eit topp-punkt.*

Estimering

- Har data $x_1, x_2, \ldots, x_n$
- Antar fordeling frå kjennskap til fenomenet; $x_i \sim f(x; \theta)$.
- *Estimerer/ bereknar* θ frå data v.h.a. ein *estimator* $\hat{\theta}$.

1. Kva er ein god estimator?
   Forventningsrett og minst mogeleg varians.
2. Korleis finne ein estimator?
   SME
3. Korleis kvantifisere usikkerheita i estimat?
   Konfidensintervall