

- Sjå på eit utval av ofte brukte kontinuerlege sannsynsfordelingar
 - Uniform **I går**
 - Normal **I går**
 - Eksponensial **I dag**
 - Gamma **I dag**
 - Kji-kvadrat **I dag**
- Nokre eigenskapar
 - $E(X)$ og $Var(X)$
- Samanheng mellom fordelingar **I dag**

Definisjon

Funksjonen $f(x)$ definert for alle reelle tal $x \in \mathbb{R}$ blir kalla sannsynsfordelinga til den kontinuerlege stok. var. X dersom

- $0 \leq f(x)$
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$
- $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$

Poissonprosess:

- Talet på hendingar som inntreff i eit intervall er uavhengig av talet på hendingar som inntreff i disjunkte intervall.
- Sannsynet for at ei hending inntreff i eit lite intervall er lineært med lengda på intervallet, og er uavhengig av om det inntreff hendingar før eller etter intervallet.
- Sannsynet for at meir enn ei hending inntreff i eit lite intervall er neglisjerbart.

Poissonfordeling

$$p(x; \lambda t) = \frac{\exp(-\lambda t)(\lambda t)^x}{x!}$$

Ekspensialfordeling

Den stokastiske variabelen X er ekspensial fordelt dersom

$$f(x; \beta) = \frac{1}{\beta} \exp(-x/\beta)$$

for $x > 0$ og 0 ellers.

Kumulativ fordeling:

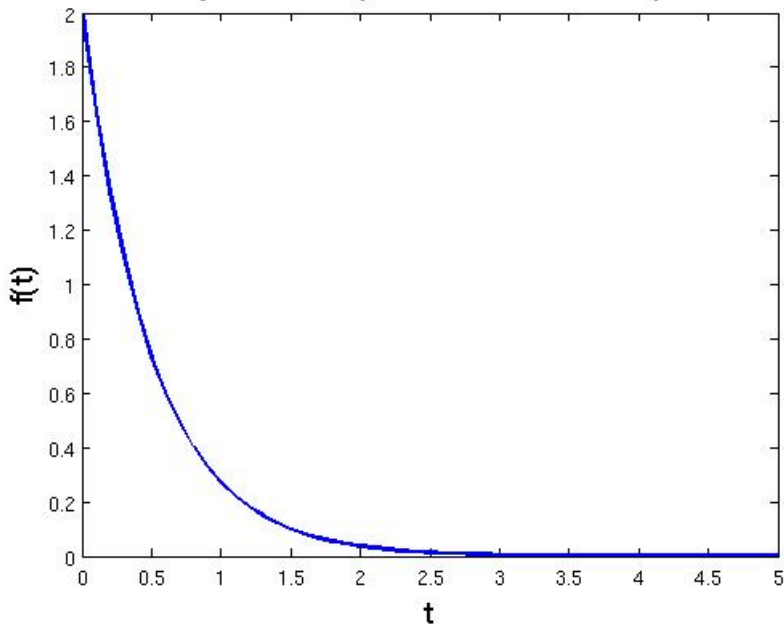
$$F(x; \beta) = P(X < x) = 1 - \exp(-x/\beta)$$

for $x > 0$.

$$E(X) = \beta$$

$$\text{Var}(X) = \beta^2$$

Sannsynsford. eksponensial med $\lambda = 2 / \beta = 0.5$



Gammafordeling

Den stokastiske variabelen X er gamma fordelt dersom

$$f(x; \beta) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} \exp(-x/\beta)$$

for $x > 0$ og 0 ellers der $\Gamma()$ er gamma-funksjonen

$$E(X) = \alpha\beta$$

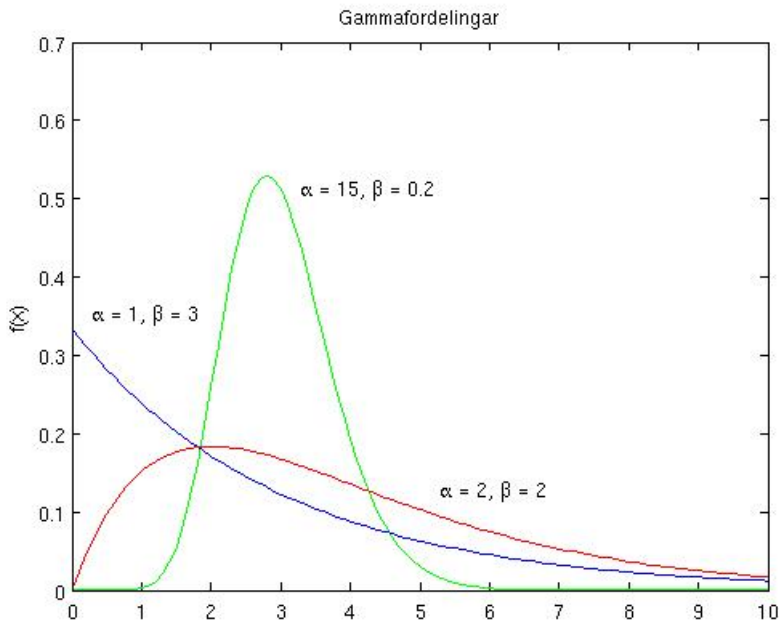
$$\text{Var}(X) = \alpha\beta^2$$

- α : *shape*
- β : *scale*

Gamma-funksjonen: $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} \exp(-x) dx$. For α heital:
 $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)!$

PS: Og vanleg å bruke parametrisering der $\beta \rightarrow 1/\beta!$

Kap 6.6 Gammafordeling



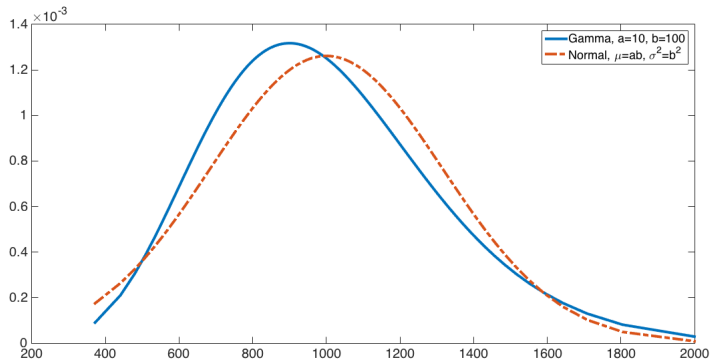
$$X \sim Ga(\alpha, \beta)$$

$\alpha = 1$: Eksponensial med parameter β

$\beta = 2$ og $\alpha = \nu/2$: χ^2 -fordelt med parameter ν

$\alpha \rightarrow \infty \Rightarrow X \rightarrow N(\alpha\beta, \alpha\beta^2)$

Gamma mot Normal



- Når andre ikkje passar (f.eks. mengde nedbør per månad)
- Kan vise at ventetida til hending nr α i ein Poisson-prosess med intensitet λ er $Ga(\alpha, \beta = 1/\lambda)$
- χ^2 -fordeling: I samband med estimering av varians.

Notasjon: $X \sim \chi_\nu^2$

ν : Parameteren i χ^2 -fordelinga. Blir kalla *talet på fridomsgrader*

Egenskapar:

- $E(X) = \nu$
- $Var(X) = 2\nu$
- Dersom $Z \sim N(0, 1)$, så er $Z^2 \sim \chi_1^2$
- Brukt som utvalgsfordeling til estimert varians (kap 8.5)

Bernoulli prosess

- 1 n uavhengige forsøk
- 2 Kvart forsøk resulterer i suksess, $I_i = 1$ eller ikkje-suksess $I_i = 0$.
- 3 Suksess-sannsynet $p = P(I_i = 1)$ er konstant.

Bernoulli prosess = trekking med tilbakelegging

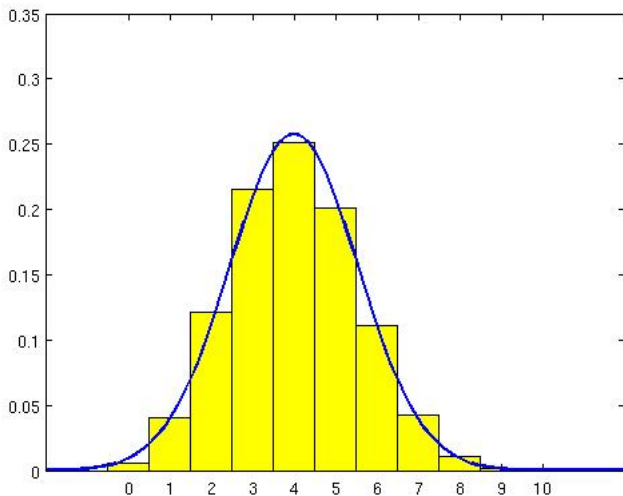
Binomisk fordeling

Ser på antall suksess i ein Bernoulli prosess, $X = \sum_{i=1}^n I_i$. X er då binomisk fordelt;

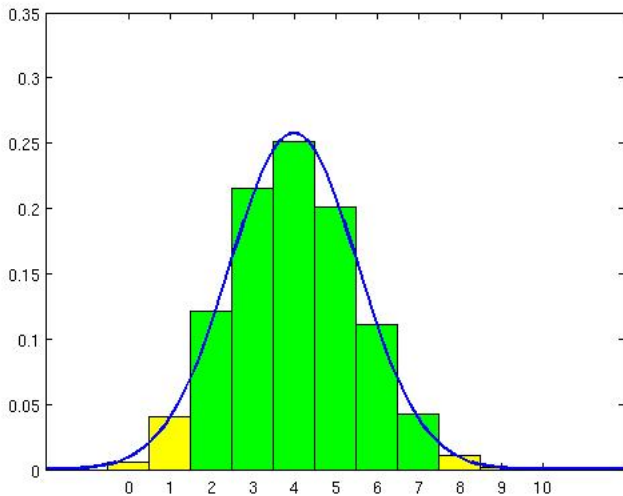
$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$$

Kap 6.5 Normaltilnærming til binomisk

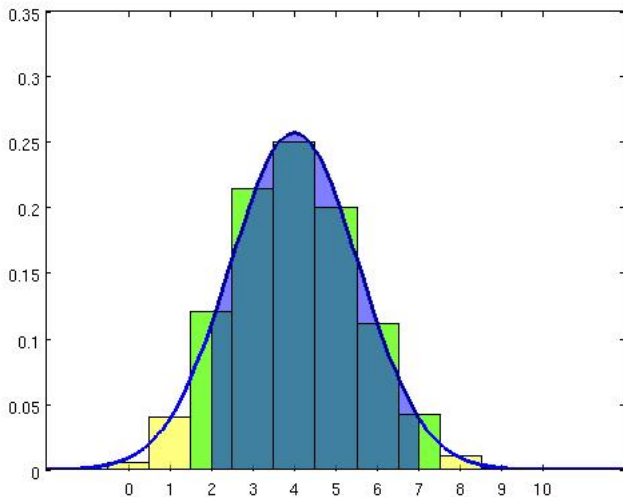
Binomisk: $p = 0.4$ og $n = 10$ Normal: forventning og var. som i binomisk.



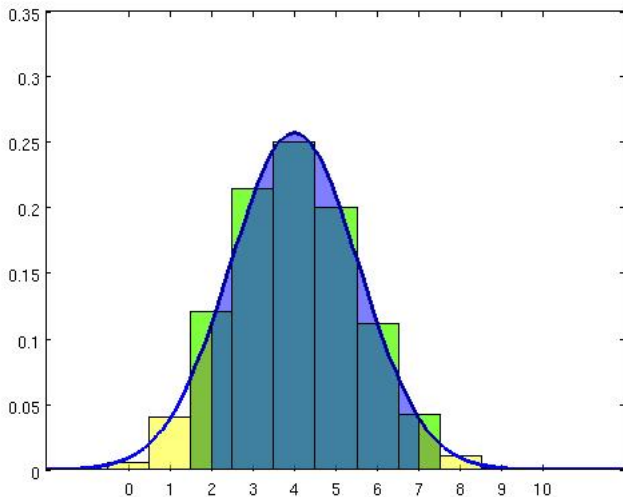
$$P(2 \leq X \leq 7)$$



Normaltilnærming $P(2 \leq X \leq 7)$



Normaltilnærming med halvkorreksjon



- Urne med N kuler.
- k blåe kuler (suksess)
- $N - k$ raude kuler (ikkje-suksess)
- Trekker n kuler
- X er antall av dei trekte som er blåe (suksess).

Definisjon hyper-geometrisk

$$f(x; N, n, k) = h(x; N, n, k) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

Kap 5.5 Poisson prosess

- 1 Talet på hendingar som inntreff i eit tidsintervall er uavhengig av talet på hendingar som inntreff i disjunkte tidsintervall.
- 2 Sannsynet for at ei hending inntreff i eit kort tidsintervall er lineært med lengda på tidsintervallet, og er uavhengig av om det inntreff hendingar før eller etter intervallet.
- 3 Sannsynet for at det inntreff meir enn ei hending innanfor eit lite tidsintervall er neglisjerbart.

PS: Kan bytte ut tid med distanse, areal, volum.

Poissonfordeling

La X vere talet på hendingar i eit tidsintervall t . X er poissonfordelt dersom sannsynsfordelinga er

$$f(x; \lambda t) = p(x; \lambda t) = \frac{\exp(-\lambda t)(\lambda t)^x}{x!}$$

der λ er gjennomsnittleg antall hendingar per tidseining (f.eks. time).

Normalfordeling

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(x - \mu)^2\right)$$

for $-\infty < x < \infty$

- $E(X) = \mu$ og $Var(X) = \sigma^2$
- $Y = a + bX$, $Y \sim N(a + bE(X), b^2 Var(X))$
- Z er standard normalfordelt dersom $Z \sim N(0, 1)$
- Kummulativ fordeling for standard normalfordeling er tabulert.

Kapittel 6, Kontinuerlege Sannsynsfordelingar

- Sjå på eit utval av ofte brukte kontinuerlege sannsynsfordelingar
 - Uniform
 - Normal
 - Eksponensial
 - Gamma
 - (Kji-kvadrat)
 - (Student-T)
- Samanheng mellom fordelingar
- Nokre eigenskapar
 - $E(X)$ og $Var(X)$