Kapittel 6, Kontinuerlege Sannsynsfordelingar

- Sjå på eit utval av ofte brukte kontinuerlege sannsynsfordelingar
  - Uniform **i dag**
  - Normal **i dag**
  - Eksponensial
  - Gamma
  - Kji-kvadrat
  - Student-T (Kap 8.6)
- Prosessar desse beskriv
- Nokre eigenskapar
  - $E(X)$ og $Var(X)$
- Samanhengar mellom fordelingar

REP: Kontinuerleg sannsynsfordeling

Definisjon 3.6

Funksjonen $f(x)$ definert for alle reelle tal $x \in \Re$ blir kalla sannsynsfordelinga til den kontinuerlege stok. var. X dersom

- $0 \leq f(x)$
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$
- $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$

Kontinuerleg uniformfordeling

Den kontinuerlege stokastiske variabelen X er uniformt fordelt på intervallet $[A, B]$ dersom;

$$f(x; A, B) = \frac{1}{B - A}$$

for $A \leq x \leq B$, og 0 ellers.

Teorem 6.1

Dersom X er kontinuerleg uniformfordelt så er

$$E(X) = \frac{A + B}{2}$$

$$Var(X) = \frac{(B - A)^2}{12}$$

DEF Normalfordeling

Den stokastiske variabelen X er normalfordelt dersom

$$f(x;\mu,\sigma^2) = n(x;\mu,\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\exp(-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2)$$

Skriv då $X \sim N(\mu,\sigma^2)$

blir og kalla *Gaussisk fordeling*

Teorem 6.2

Dersom X er normalfordelt, $X \sim N(\mu,\sigma^2)$ så er

$$E(X) = \mu$$

$$Var(X) = \sigma^2$$

REP: Forventning og varians lineærkombinasjon (teo 4.5 og Corr 4.6)

- $E(a + bX) = a + bE(X)$
- $Var(a + bX) = b^2 Var(X)$

Korleis finne sannsyn i normalfordeling

Vi kan ikkje integrere analytisk. Må gjere det numerisk, eller v.h.a.

- **Tabell** (side 1-3)
  Kummulativ sannsynsfordeling for standardnormal $N(0,1)$
- **Matlab** (f.eks. `disttool` eller `normcdf`$(x,\ \mu,\ \sigma)$)
  Kummulativ sanns.fordeling for normal $N(\mu, \sigma^2)$
- Noko du **finn på internett**, f.eks. her

REP: Kummulativ sannsynsfordeling

Definisjon 3.5

Den *kummulative fordelinlgsfunksjonen* $F(x)$ *for ein stok. var.* X *er:*

$$F(x) = P(X \leq x)$$

- *Diskret:* $F(x) = \sum_{t \leq x} f(t)$
- *Kontinuerleg* $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$

Eksamen 1996

Vekt for nyfødde er normalfordelt med $\mu = 3315$ og $\sigma^2 = 575^2$.

a Finn sannsynet for at ein nyfødt veg meir enn 3000 gr. Sannsynet for at nyfødt er mellom 3000 og 3500 gr. Sannynet for at ein nyfødt er tyngre enn 3500, gitt at han er meir enn 3000 gr.

b Nyfødte blir definert som undervektig dersom mindre enn 1% er lettare. Finn grensa for undervektig.

Oppsummering

Normalfordeling

$$f(x;\mu,\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp(-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2)$$

for $-\infty < x < \infty$

- $E(X) = \mu$ og $Var(X) = \sigma^2$
- $Y = a + bX, \ Y \sim N(a + bE(X), b^2 Var(X))$
- Z er standard normalfordelt dersom $Z \sim N(0, 1)$
- Kummulativ fordeling for standard normalfordeling er tabulert.