Datainnsamling, video av forelesning og referansegruppe

Datainnsamling

Om du ikkje alt har gjort det:

https://wiki.math.ntnu.no/tma4240/2015h/start

Video

http://video.adm.ntnu.no/serier/55d47b463d96a

Referansegruppe

- MTBYGG: Marie Helene Bjørndal
- MTMT: Erlend Sverdrup
- MTTEKGEO: Haakon J. Haugerud

Denne veka: Kapittel 2, Sannsyn

2.1 Utfallsrom Tirsdag

2.2 Hendingar Tirsdag

2.3 Telle mogeleg utfall: Les sjølv, eller sjå videoforelesing 21. august 2.time. `https://video.adm.ntnu.no/pres/55d6e42418818`

2.4 Sannsyn for ei hending: Tirsdag

2.5 Addetive reglar: I dag

2.6 Betinga sannsyn, uavhengighet og produktregelen: I dag

2.7 Bayes' regel I dag

Definisjonar og teorem på lysark, eksempel og tolking på tavla.

Definisjon 2.9

Eit *sannsynsmål* P på eit utfallsrom S er ein reell funksjon definert på hendingane i S slik at;

1. $0 \leq P(A) \leq 1$ for alle $A \subset S$
2. $P(S) = 1$ og $P(\emptyset) = 0$
3. Dersom $A_1, A_2, \ldots, A_n$ er parvis disjunkte (dvs $A_i \cap A_j = \varnothing$ for alle i og j), så er

$$P(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$$

Tolking av sannsyn

Sannsyn = relativ frekvens nor forsøket blir gjentatt mange gongar

Eksempel: Kastar terning N gongar
$P(\{1,2\})$ = (antall kast lik 1 eller 2) / N
når $N \to \infty$
jf. Matlab skript `fl3Kode.m`.

Uniform sannsynsmodell

Definisjon

Dersom $S = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ og $P(e_1) = P(e_2) = \cdots = P(e_n) = w$ har vi ein *uniform sannsynsmodell*.

Eksempel: Terning og tilfeldig venn.

Sannsyn i uniform sannsynsmodell (Rule 2.3)

Anta uniform sannsynsmodell med m hendingar. La $A = \{e_{i1}, e_{i2}, \dots, e_{ig}\}$ (hending med g enkelt utfall). Då er $P(A) = \frac{\text{antall utfall i A}}{antallutfalliS} = \frac{\text{gunstige}}{\text{moglege}} = \frac{g}{m}$

Eksempel terning:

- $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, dvs $m = 6$
- $A = \{2, 4, 6\}$, dvs $g = 3$
- $P(A) = \frac{g}{m} = 3/6 = 1/2$

Ein tilfeldig venn kjem på besøk.

Hår	Auger
Lys	Blå
Lys	Blå
Mørk	Blå
Lys	Blå
Mørk	Grøn
Mørk	Brun
Lys	Brun
Lys	Blå
Lys	Blå
Mørk	Brun

Hår: Lyst: $6/10$, mørkt: $4/10$

Auger: Blå: $6/10$, brun: $3/10$, grøn: $1/10$

Kap. 2.5. Addisjonsreglar

Addisjonssetninga (teorem 2.7)

La A og B vere hendingar:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - (A \cap B)$$

Komplimentærsetninga (teorem 2.9)

$$P(A) = 1 - P(A')$$

Definisjon betinga sannsyn (def. 2.10)

Det betinga sannsynet for hendinga B gitt hendinga A er

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

for $P(A) > 0$

Definisjon betinga sannsyn (def. 2.10)

Det betinga sannsynet for hendinga B gitt hendinga A er

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

for $P(A) > 0$

Definisjon uavhenighet (def. 2.11)

Hendingane A og B er *uavhengige* dersom

$$P(B|A) = P(B)$$

elles er handingane A og B *avhengige*

Produktreglar

Teorem 2.10

For hendingane A og B er $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

Produktreglar

Teorem 2.10

For hendingane A og B er $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

Teorem 2.11

Dersom A og B er uavhengige er $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

Produktreglar

Teorem 2.10

For hendingane A og B er $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

Teorem 2.11

Dersom A og B er uavhengige er $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

Produktreglen (teorem 2.12)

Dersom hendingane $A_1, A_2, \dots A_k$ kan opptre, så er

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_k) =$$

$$P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) \cdot \dots \cdot P(A_k|A_1 \cap \dots A_{k-1})$$

og **dersom** hendingane $A_1, A_2, \dots A_k$ er **uavhengige** er

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_k) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \cdot \dots \cdot P(A_k)$$

Eksempel, fire farga terningar

A_1: 6 på raud terning

A_2: 6 på blå terning

A_3: 4 på gul terning

A_4: partal på grøn terning

Kva er sannsynet for å få alt dette? Dvs $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = ?$

Eksempel, fire farga terningar

A_1: 6 på raud terning

A_2: 6 på blå terning

A_3: 4 på gul terning

A_4: partal på grøn terning

Kva er sannsynet for å få alt dette? Dvs $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = ?$
Antar uavhengige terningar.

Produktregelen (teorem 2.12)

(...)**dersom** hendingane $A_1, A_2, \ldots A_k$ er **uavhengige** er

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_k) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \cdot \cdots \cdot P(A_k)$$

Eksempel, fire farga terningar

A_1: 6 på raud terning

A_2: 6 på blå terning

A_3: 4 på gul terning

A_4: partal på grøn terning

Kva er sannsynet for å få alt dette? Dvs $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) =?$
Antar uavhengige terningar.

Produktregelen (teorem 2.12)

(...)**dersom** hendingane $A_1, A_2, \ldots A_k$ er **uavhengige** er

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_k) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \cdot \cdots \cdot P(A_k)$$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \cdot P(A_4)$$

Eksempel, fire farga terningar

A_1: 6 på raud terning

A_2: 6 på blå terning

A_3: 4 på gul terning

A_4: partal på grøn terning

Kva er sannsynet for å få alt dette? Dvs $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = ?$
Antar uavhengige terningar.

Produktregelen (teorem 2.12)

(...)**dersom** hendingane $A_1, A_2, \ldots A_k$ er **uavhengige** er

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_k) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \cdot \cdots \cdot P(A_k)$$

$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \cdot P(A_4)$
$1/6 \cdot 1/6 \cdot 1/6 \cdot 1/2 = 0.0023$

Kva er sannsynet for at tilfeldig venn har lyst hår (A_1), blå auger(A_2) og er solbrent (A_3)?

Hår	Auger	Solbrent
Lys	Blå	Ja
Lys	Blå	Nei
Mørk	Blå	Nei
Lys	Blå	Nei
Mørk	Grøn	Nei
Mørk	Brun	Nei
Lys	Brun	Nei
Lys	Blå	Nei
Lys	Blå	Ja
Mørk	Brun	Nei

Hår: Lyst: 6/10, mørkt: 4/10

Auger: Blå: 6/10, brun: 3/10, grøn: 1/10

Solbrent: Ja: 2/10, nei: 8/10

10 vennar +

Kva er sannsynet for at tilfeldig venn har lyst hår (A_1), blå auger(A_2) og er solbrent (A_3)?

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = ?$$

Hår	Auger	Solbrent
Lys	Blå	Ja
Lys	Blå	Nei
Mørk	Blå	Nei
Lys	Blå	Nei
Mørk	Grøn	Nei
Mørk	Brun	Nei
Lys	Brun	Nei
Lys	Blå	Nei
Lys	Blå	Ja
Mørk	Brun	Nei

Hår: Lyst: 6/10, mørkt: 4/10

Auger: Blå: 6/10, brun: 3/10, grøn: 1/10

Solbrent: Ja: 2/10, nei: 8/10

Kva er sannsynet for at tilfeldig venn har lyst hår (A_1), blå auger(A_2) og er solbrent (A_3)?

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = ?$$

Produktregelen

Hår	Auger	Solbrent
Lys	Blå	Ja
Lys	Blå	Nei
Mørk	Blå	Nei
Lys	Blå	Nei
Mørk	Grøn	Nei
Mørk	Brun	Nei
Lys	Brun	Nei
Lys	Blå	Nei
Lys	Blå	Ja
Mørk	Brun	Nei

Hår: Lyst: 6/10, mørkt: 4/10

Auger: Blå: 6/10, brun: 3/10, grøn: 1/10

Solbrent: Ja: 2/10, nei: 8/10

Kva er sannsynet for at tilfeldig venn har lyst hår (A_1), blå auger(A_2) og er solbrent (A_3)?

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = ?$$

Produktregelen

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) =$$

$$P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2)$$

$$6/10 \cdot 5/6 \cdot 2/5 = 2/10 = 0.2$$

Hår	Auger	Solbrent
Lys	Blå	Ja
Lys	Blå	Nei
Mørk	Blå	Nei
Lys	Blå	Nei
Mørk	Grøn	Nei
Mørk	Brun	Nei
Lys	Brun	Nei
Lys	Blå	Nei
Lys	Blå	Ja
Mørk	Brun	Nei

Hår: Lyst: 6/10, mørkt: 4/10

Auger: Blå: 6/10, brun: 3/10, grøn: 1/10

Solbrent: Ja: 2/10, nei: 8/10

$B_1, B_2, \ldots, B_k$ er ein **partisjon** av S dersom

- Heile utfallsrommet er dekka; $S = B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_k$.
- Ingen av hendingane overlappar; $B_i \cap B_j = \emptyset$.

$B_1, B_2, \ldots, B_k$ er ein **partisjon** av S dersom

- Heile utfallsrommet er dekka; $S = B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_k$.
- Ingen av hendingane overlappar; $B_i \cap B_j = \emptyset$.

Lov om total sannsyn, Teorem 2.13

La $B_1, B_2, \ldots, B_k$ vere ein partisjon av S, då er for eikvar hending A

$$P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(A \cap B_i) = \sum_{i=1}^{k} P(A|B_i)P(B_i)$$

Kap. 2.7 Lov om total sanns. og Bayes' regel

$B_1, B_2, \ldots, B_k$ er ein **partisjon** av S dersom

- Heile utfallsrommet er dekka; $S = B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_k$.
- Ingen av hendingane overlappar; $B_i \cap B_j = \emptyset$.

Lov om total sannsyn, Teorem 2.13

La $B_1, B_2, \ldots, B_k$ vere ein partisjon av S, då er for eikvar hending A

$$P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(A \cap B_i) = \sum_{i=1}^{k} P(A|B_i)P(B_i)$$

Bayes' regel, Teorem 2.14

La $B_1, B_2, \ldots, B_k$ vere ein partisjon av S der $P(B_i) > 0$. Då har vi;

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i \cap A)}{\sum_{j=1}^{k} P(B_j \cap A)} = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{\sum_{j=1}^{k} P(A|B_j)P(B_j)} = \frac{P(B_i \cap A)}{P(A)}$$