Plan for veka

- Prediksjonsintervall (i dag)
- KI baser på SGT (i dag)
- KI for varians (i dag)
- To utval med kjent varians (i dag?)
- To utval med felles ukjent varians
- To utval med ulik ukjent varians
- Parutval
- To andelar
  - Eksamen juni 2007, 1c)

Høgde kvinnelege NTNU-studentar

DATA

- CASE 1
  - $n = 97$
  - $\bar{x} = 168.5$, kjent varians $\sigma^2 = 6.0^2$
- CASE 2
  - n=5
  - $\bar{x} = 168.5$, kjent varians $\sigma^2 = 6.0^2$

ANTAR

- $X_i \overset{u.i.f.}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$ for $i = 1, 2, \ldots, n$

ESTIMATOR (for μ)

- $\hat{\mu} = \bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$
- CASE 1: $Var(\hat{\mu}) = 0.6^2$, 95 % K.I: $[167.3, 169.7]$
- CASE 2: $Var(\hat{\mu}) = 2.7^2$, 95 % K.I. $[163.2, 173.7]$

Prediksjonsintervall kvinnelege NTNU student

- X_{ny}; en ny observasjon
- $X_{ny} \sim N(\mu, \sigma^2)$
- μ ukjend, men har estimat frå $n = 97$ data;
  $\mu^* = 168.5$. Varians antatt kjent $\sigma^2 = 6.0^2$.

Prediksjonsintervall kvinnelege NTNU student

- X_{ny}; en ny observasjon
- $X_{ny} \sim N(\mu, \sigma^2)$
- μ ukjend, men har estimat frå $n = 97$ data;
  $\mu^* = 168.5$. Varians antatt kjent $\sigma^2 = 6.0^2$.
- X_{ny} uavhengig av X_i-ane i $\bar{X}$.
- $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$

Prediksjonsintervall kvinnelege NTNU student

- X_{ny}; en ny observasjon
- $X_{ny} \sim N(\mu, \sigma^2)$
- μ ukjend, men har estimat frå $n = 97$ data;
  $\mu^* = 168.5$. Varians antatt kjent $\sigma^2 = 6.0^2$.
- X_{ny} uavhengig av X_i-ane i $\bar{X}$.
- $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$
- Ser på $X_{ny} - \bar{X} \sim N(0, \sigma^2 + \sigma^2/n) = N(0, \sigma^2_{diff}) = N(0, 6.03^2)$

Prediksjonsintervall kvinnelege NTNU student

- X_{ny}; en ny observasjon
- $X_{ny} \sim N(\mu, \sigma^2)$
- μ ukjend, men har estimat frå $n = 97$ data; $\mu^* = 168.5$. Varians antatt kjent $\sigma^2 = 6.0^2$.
- X_{ny} uavhengig av X_i-ane i $\bar{X}$.
- $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$
- Ser på $X_{ny} - \bar{X} \sim N(0, \sigma^2 + \sigma^2/n) = N(0, \sigma^2_{diff}) = N(0, 6.03^2)$
- $Z = \dfrac{X_{ny} - \bar{X}}{\sigma_{diff}} \sim N(0,1)$
- $P(-z_{\alpha/2} < Z < -z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$, løys ut for X_{ny}.

Prediksjonsintervall kvinnelege NTNU student

- X_{ny}; en ny observasjon
- $X_{ny} \sim N(\mu, \sigma^2)$
- μ ukjend, men har estimat frå $n = 97$ data; $\mu^* = 168.5$. Varians antatt kjent $\sigma^2 = 6.0^2$.
- X_{ny} uavhengig av X_i-ane i $\bar{X}$.
- $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$
- Ser på $X_{ny} - \bar{X} \sim N(0, \sigma^2 + \sigma^2/n) = N(0, \sigma^2_{diff}) = N(0, 6.03^2)$
- $Z = \dfrac{X_{ny} - \bar{X}}{\sigma_{diff}} \sim N(0, 1)$
- $P(-z_{\alpha/2} < Z < -z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$, løys ut for X_{ny}.
- Prediksjonsintervall: $\alpha = 0.05$
- $[\bar{x} - z_{\alpha/2}\sigma_{diff}; \bar{x} - z_{\alpha/2}\sigma_{diff}] = [156.7, 180.3]$

Sentralgrenseteoremet, teorem 8.2

La X_i, $i = 1, 2, \ldots, n$ vere uavhengige identisk fordelte (u.i.f.) stokastiske vaiable med $E(X_i) = \mu$ og $Var(X_i) = \sigma^2 < \infty$ (endeleg varians). La $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ og $Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{\sigma^2/n}}$. Då

$$Z \to N(0,1)$$

når $n \to \infty$.
Dette tilsvarer

$$\bar{X} \to N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$$

når $n \to \infty$.

PS: Gjeld uansett fordeling for X_i

Konfidensintervall

Har eit nivå av trygghet for at sann parameter ligg i intervallet.

1. Finn observator der parameter av interesse og estimator inngår:
   - $Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$,
     når SGT eller $X_i \overset{u.i.f.}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$
   - $T = \frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$,
     når $X_i \overset{u.i.f.}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$ og $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$
   - $X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$,
     når $X_i \overset{u.i.f.}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$ og $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$
2. Har at (f.eks) $P(-z_{\alpha/2} < Z < z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$.
3. Løyser ut for parameter, (f.eks. μ); $P(\hat{\mu}_L < \mu < \hat{\mu}_L) = 1 - \alpha$.
4. Konfidensintervall; sett inn for data: $[\mu_L^*, \mu_U^*]$

Lagring av fisk

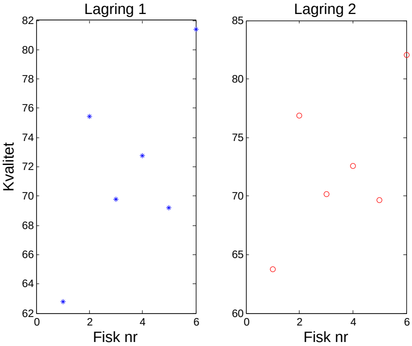
To lagringsmetodar; metode 1 og metode 2.
Antar:

- $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma^2)$ for $i = 1, 2, \ldots, n_1$
- $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma^2)$ for $i = 1, 2, \ldots, n_2$

Ønsker å finne eit K.I. for $\mu_1 - \mu_2$ med data:

- $n_1 = 6$, $\bar{x}_1 = 71.89$ og $s_1^2 = 6.28^2$
- $n_2 = 6$, $\bar{x}_2 = 72.50$ og $s_2^2 = 6.54^2$

Lagring av fisk



Finn 95% K.I for $\mu_1 - \mu_2$, lik og kjent varians

Har $\alpha = 0.05$ og at $P(-z_{\alpha/2} < Z < z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$

- Sett inn for Z
- Løys ut for $(\mu_1 - \mu_2)$:

$$P\left[(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - z_{\alpha/2}\sigma\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + z_{\alpha/2}\sigma\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}\right] = 1 - \alpha$$

Konfidensintervall:

$$\left[(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - z_{\alpha/2}\sigma\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}; (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + z_{\alpha/2}\sigma\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}\right]$$

Lært i dag

- Prediksjonsintervall (i dag)
    - PI for ny observasjon
    - KI for parameter
- KI baser på SGT (i dag)
    - Bruk Z
- KI for varians (i dag)
    - Bruk X^2
    - PS: Kji-kvadrat fordeling er ikkje symmetrisk.
- To utval med kjent varians (i dag?)
    - Bruk Z
- To utval med felles ukjent varians
- To utval med ulik ukjent varians
- Parutval
- To andelar
    - Eksamen juni 2007, 1c)