

# Typiske spørsmål kap. 9 og kap 10.

- Kva er gjennomsnittshøgda for kvinnelege NTNU-studentar. **Estimering**
- Er eg høgare enn gjennomsnittleg kvinnelege NTNU-studentar. **Hypotesetest**
- Kva er forskjellen i kvalitet på laks for lagringsmetode 1 og lagringsmetode 2. **Estimering**
- Er kvaliteten på laks ved lagringsmetode 2 betre enn ved lagringsmetode 1. **Hypotesetest**

- Antar fordeling frå kjennskap til fenomenet;  $X_i \sim f(x; \theta)$ .
- Har data  $x_1, x_2, \dots, x_n$
- *Estimerer/ berekner  $\theta$  frå data v.h.a. ein estimator  $\hat{\theta}$ .*

- Kva er ein god estimator (forventningsrett og minst mogeleg varians).
- Korleis finne ein estimat (SME (forts. i dag))
- Korleis kvantifisere usikkerheita i estimat (i dag: Konfidensintervall)

Finn den verdien for parameteren  $\theta$  (juleeksmpel  $\theta = p$ ) som gjev høgast sannsyn for å observere dei dataene vi har observert.

## Korleis

- 1 Finn likelihoodfunksjonen

$$L(\theta; x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$$

Sannsynet /sanns.tettheten for våre data.

- 2 Finn toppunkt av likelihoodfunksjonen:  $\underset{\theta}{\operatorname{argmax}} L(\theta; x_1, \dots, x_n)$

Finn den verdien for parameteren  $\theta$  (juleeksmpel  $\theta = p$ ) som gjev høgast sannsyn for å observere dei dataene vi har observert.

## OPPSKRIFT

- 1 Finn likelihoodfunksjonen

$$L(\theta; x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) \stackrel{uavh}{=} \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta)$$

- 2 Finn toppunkt av likelihoodfunksjonen:

- Tar  $\ln$  av  $L$ ;  $I(\theta; x_1, x_2, \dots, x_n) = \ln(L(\theta; x_1, x_2, \dots, x_n))$ .  
*Reknetriks som nesten alltid blir brukt.  $L$  og  $I$  har same toppunkt.*
- Deriverer og set lik 0;  $\frac{\partial}{\partial \theta} I(\theta; x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$
- Løyser ut for  $\theta = h(x_1, x_2, \dots, x_n)$ .

- 3 Estimator:  $\hat{\theta} = h(X_1, X_2, \dots, X_n)$  (stok.var.)  
Estimat:  $\theta^* = h(x_1, x_2, \dots, x_n)$  (talverdi)

## DATA

- CASE 1

- $n = 97$
- $\bar{x} = 168.5$ , kjent varians  $\sigma^2 = 6.0^2$

- CASE 2

- $n=5$
- $\bar{x} = 168.5$ , kjent varians  $\sigma^2 = 6.0^2$

## ANTAR

- $X_i \stackrel{u.i.f.}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$  for  $i = 1, 2, \dots, n$

## ESTIMATOR

- $\hat{\mu} = \bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$
- CASE 1:  $Var(\hat{\mu}) = 0.6^2$
- CASE 2:  $Var(\hat{\mu}) = 2.7^2$

# Viktige observatorar

Dersom  $X_i, i = 1, 2, \dots, n$  er uavhengig identisk fordelt med  $E(X_i) = \mu$  og  $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$ , så

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} N(0, 1)$$

Dersom  $X_i \stackrel{u.i.f.}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$  og  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

Student-t fordelt med  $\nu = n - 1$  fridomsgrader.

Dersom  $X_i \stackrel{u.i.f.}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$  og  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$$

Kji-kvadrat fordelt med  $\nu = n - 1$  fridomsgrader.

- $X_{ny}$ ; en ny observasjon
- $X_{ny} \sim N(\mu, \sigma^2)$
- $\mu$  ukjend, men har estimat fra  $n = 31$  data;  
 $\mu^* = 168.5$ . Varians antatt kjent  $\sigma^2 = 6.0^2$ .
- $X_{ny}$  uavhengig av  $X_i$ -ane i  $\bar{X}$ .
- $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$
- Ser på  $X_{ny} - \bar{X} \sim N(0, \sigma^2 + \sigma^2/n) = N(0, \sigma_{diff}^2) = N(0, 6.03^2)$
- $Z = \frac{X_{ny} - \bar{X}}{\sigma_{diff}} \sim N(0, 1)$
- **Prediksjonsintervall:**  $\alpha = 0.05$
- $[\bar{x} - z_{\alpha/2}\sigma_{diff}; \bar{x} + z_{\alpha/2}\sigma_{diff}] = [156.7180.3]$

**Konfidensintervall:** Dersom forsøket blir repetert, vil sann parameter vere i KI i  $1 - \alpha$  del av forsøk.