Stokastisk variabel

Stokastisk variabel

Ein *stokastisk variabel er ein funksjon som assosierer eit reelt tal med kvart element i utfallsrommet.* $X : S \rightarrow \Re$

Notasjon:

— X, Y: Store bokstavar på stokastiske variable

— x, y: Små bokstavar på utfall (datapunkt)

NTNU
Det skapande universitetet

Diskret sannsynsfordeling

Definisjon

Paret $(x, f(x))$ blir kalla sannsynsfordelinga til den diskret stok. var. X dersom

— $0 \leq f(x)$

— $\sum_{\forall x} f(x) = 1$ (summen over alle mogelege x)

— $f(x) = P(X = x)$

NTNU
Det skapande universitetet

Kontinuerleg sannsynsfordeling

Definisjon

Funksjonen $f(x)$ definert for alle reelle tal $x \in \Re$ blir kalla sannsynsfordelinga til den kontinuerlege stok. var. X dersom

- $0 \leq f(x)$
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$
- $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$

NTNU
Det skapande universitetet

Kummulativ sannsynsfordeling

Definisjon

Den *kummulative fordelinlgsfunksjonen* $F(x)$ *for ein stok. var.* X *er:*

$$F(x) = P(X \leq x)$$

— *Diskret:* $F(x) = \sum_{t \leq x} f(t)$

— *Kontinuerleg* $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$

NTNU
Det skapande universitetet

Simultan sannsynsfordeling, diskret

Simultan sannsynsfordeling for diskret stokastisk variabel

Funksjonen $f(x, y)$ er ei simultan sannsynsfordeling for dei diskret stokastiske variablane X og Y dersom

1. $f(x, y) \geq 0$ for alle (x, y)
2. $\sum_{\forall x} \sum_{\forall y} f(x, y) = 1$
3. $P(X = x, Y = y) = f(x, y)$

NTNU
Det skapande universitetet

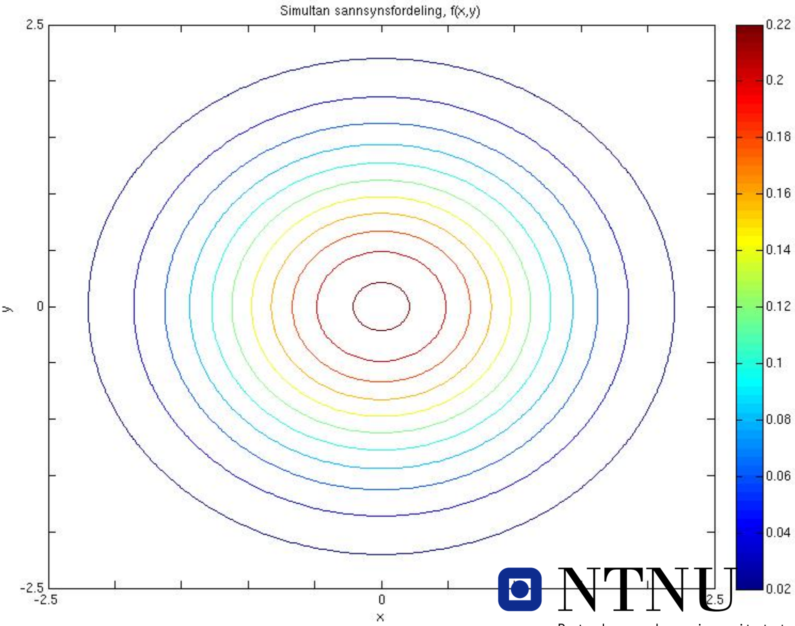
Simultan sannsynsfordeling, kontinuerleg

Simultan sannsynsfordeling for kontinuerleg stokastisk variabel

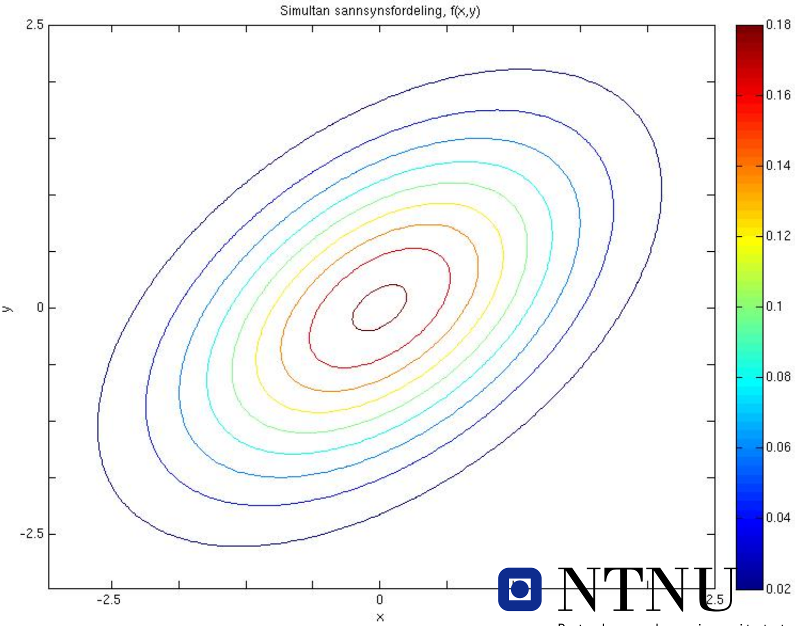
Funksjonen $f(x, y)$ er ei simultan sannsynsfordeling for dei kontinuerlege stokastiske variablane X og Y dersom

1. $f(x, y) \geq 0$ for alle (x, y)
2. $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) = 1$
3. $P((X, Y) \in A) = \int \int_A f(x, y) dxdy$

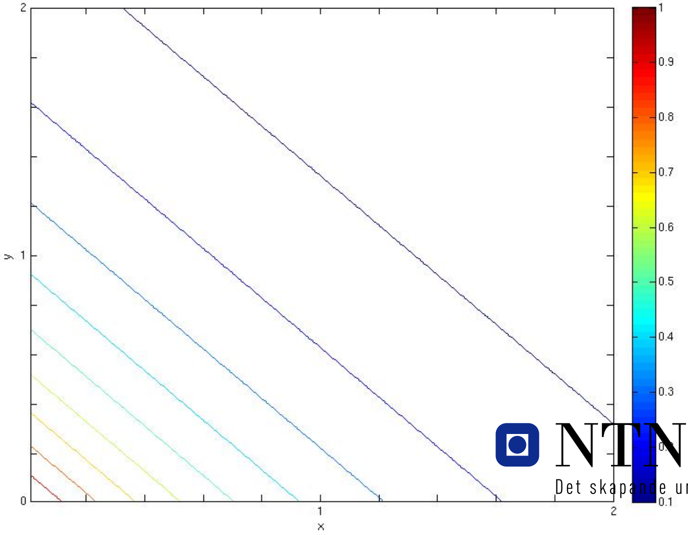
NTNU
Det skapande universitetet



Det skapande universitetet


Simultan sannsynsfordeling, f(x,y)
2.5
0
-2.5
y
-2.5
0
2.5
x
0.18
0.16
0.14
0.12
0.1
0.08
0.06
0.04
0.02

Simultanfordeling lyspære eksempel



NTNU
Det skapande universitetet

Marginalfordeling

Definisjon

Dersom $f(x, y)$ er simltanfordelinga til (X, Y) er *marginalfordelingane til X og Y hhv:*

for diskrete stok.var:

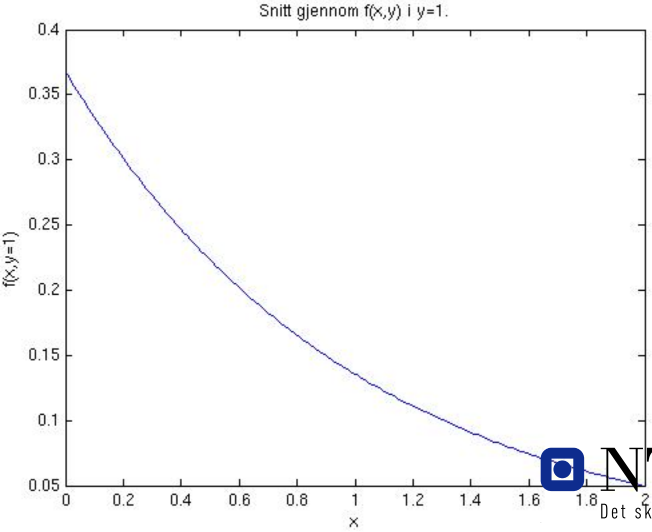
- $g(x) = \sum_{\forall y} f(x, y)$, *og*
- $h(y) = \sum_{\forall x} f(x, y)$.

for kontinuerlege stok.var:

- $g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)dy$, *og*
- $h(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)dx$.

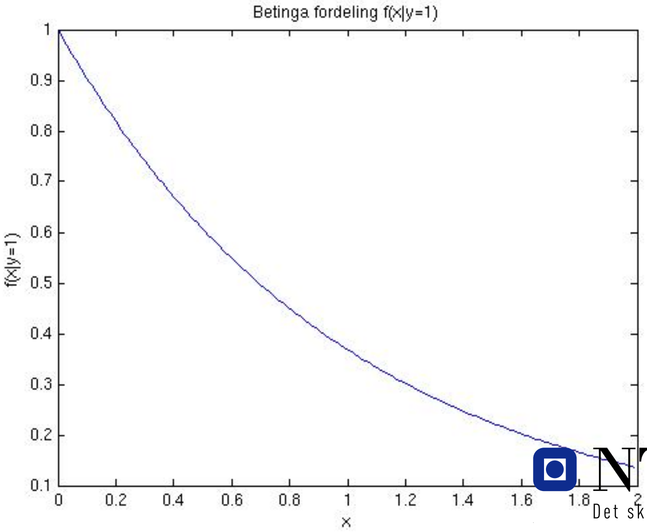
NTNU
Det skapande universitetet

Snitt gjennom simultanfordeling i $Y = 1$



NTNU
Det skapande universitetet

Lyseksempel, betinga fordeling



NTNU
Det skapande universitetet

Betinga fordeling

Definisjon

La X og Y vere to stokastiske variable (kont. eller diskrete) med simultan sannsynsfordelin $f(x, y)$ og marginal sannsynsfordeling hhv $g(x)$ og $h(y)$.
Den *betinga fordelinga til X gjeve at $Y = y$ er*

$$f(x|y) = f(x, y)/h(y)$$

($h(y) > 0$)
Tilsvarande er den betinga fordelinga til Y gjeve at $X = x$

$$f(y|x) = f(x, y)/g(x)$$

($g(x) > 0$)

NTNU
Det skapande universitetet

Statistisk uavhengig

Definisjon

La X og Y vere to stokastiske variable med simultan sannsynsfordelin $f(x, y)$ og marginal sannsynsfordeling hhv $g(x)$ og $h(y)$.
X og Y er *statistisk uavhengige dersom, og berre dersom*

$$f(x, y) = g(x) \cdot h(y)$$

NTNU
Det skapande universitetet

Generelt statistisk uavhengighet

Definisjon

$X_1, X_2, \ldots, X_n$ er *statistisk uavhengige dersom*

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f(x_1)f(x_2)\ldots f(x_n)$$

NTNU
Det skapande universitetet